Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs des mathématiques ; vers une modélisation.

Brigitte Grugeon

Brigitte GRUGEON-ALLYS
Maître de Conférences
IUFM d'Amiens – Université de Picardie Jules Verne

QUELQUES APPORTS DE L'ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE : ACTIVITÉS DES ÉLÈVES ET PRATIQUES DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES ; VERS UNE MODELISATION

Note de synthèse pour une
Habilitation à Diriger des Recherches

Soutenue le 4 décembre 2008
Devant le jury :

Michèle ARTIGUE, Professeur, Université Paris Diderot Paris 7, Rapporteur
Carolyn KIERAN, Professeur, Université du Québec, Montréal, Rapporteur
Jean-Marc LABAT, Professeur, Université Pierre et Marie Curie Paris 6
Alain MERCIER, Professeur, INRP, Rapporteur
Aline ROBERT, Professeur, IUFM de Versailles - Université Cergy-Pontoise

Brigitte GRUGEON-ALLYS
Maître de Conférences
IUFM d'Amiens – Université de Picardie Jules Verne

QUELQUES APPORTS DE L'ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE : ACTIVITÉS DES ÉLÈVES ET PRATIQUES DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES ; VERS UNE MODELISATION

Note de synthèse pour une
Habilitation à Diriger des Recherches

Soutenue le 4 décembre 2008
Devant le jury :

Michèle ARTIGUE, Professeur, Université Paris Diderot Paris 7, Rapporteur
Carolyn KIERAN, Professeur, Université du Québec, Montréal, Rapporteur
Jean-Marc LABAT, Professeur, Université Pierre et Marie Curie Paris 6
Alain MERCIER, Professeur, INRP, Rapporteur
Aline ROBERT, Professeur, IUFM de Versailles - Université Cergy-Pontoise

REMERCIEMENTS

Je remercie vivement Michèle Artigue de m'avoir accompagnée depuis 1990 sur ce long chemin sinueux qu'est la recherche, toujours ouverte à toutes mes idées, toujours optimiste et rigoureuse pour m'aider à en dégager les idées fortes. Merci d'avoir été l'un des rapporteurs de cette habilitation.

Je remercie tout particulièrement les deux autres rapporteurs, Carolyn Kieran et Alain Mercier. Leurs remarques m'ont fait prendre conscience des spécificités de mon travail et donner des idées pour poursuivre mes recherches.

Je suis très reconnaissante à Aline Robert de m'avoir permis d'aborder un nouveau thème de recherche sur les pratiques des enseignants débutants. Elle m'a encouragée à finaliser mes analyses à partir de discussions très pointues. Merci d'avoir été la présidente de mon jury d'habilitation.

Je remercie beaucoup Jean-Marc Labat d'avoir accepté de participer à ce jury et surtout d'avoir soutenu le projet Lingot, de m'avoir donné des pistes intéressantes pour travailler en EIAH.

Je remercie chaleureusement Elisabeth Delozanne de son soutien sans faille, de son amitié. Dès le début, Elisabeth a cru en ma démarche et a œuvré pour faire connaître mon travail, pour développer le projet Lingot en encadrant de nombreux étudiants indispensables au développement des environnements informatiques et à la poursuite des expérimentations. Elle est au cœur de ma réussite et mérite toute ma reconnaissance.

Merci à tous les membres du projet Lingot qui ont permis aussi cette habilitation : Elisabeth et Michèle, Jean-Michel Gélis, Lalina Coulange, Françoise Chenevotot, Janine Rogalski, Dominique Prévit, Christian Vincent, Pierre Jacoboni et tous les étudiants qui ont participé aux recherches.

Merci à tous mes élèves de Première d'adaptation, Sandrine, Mérième et tous les autres, aux enseignants du premier degré (Bénédicte, Annie, Catherine, ..) et du second degré (Jean-Philippe, Olivier, …), à tous les formateurs (Jean-Michel, Jean-Luc, Philippe, Michel, Christine, ..), sans qui ces recherches sur des projets longs, en prise sur la réalité du terrain, n'auraient jamais eu lieu. Merci à la direction de l'IUFM, Janine Caplet et Pierre Level, de m'avoir donné les moyens de poursuivre mes recherches et de m'avoir fait confiance.

Je remercie tous mes amis qui m'ont encouragée et soutenue sur ce long chemin. Je remercie enfin ma famille et tout particulièrement Loïc. Par son humour, son intelligence, il m'a permis de dépasser mes limites.

SOMMAIRE GENERAL

INTRODUCTION

Le travail de recherche que nous avons entrepris depuis maintenant une vingtaine d'années se décline autour de deux domaines mathématiques d'enseignement : l'algèbre élémentaire, la géométrie plane. Il traverse trois principaux contextes : l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre dans la transition entre deux institutions, la conception et l'intégration de logiciels dans l'enseignement des mathématiques, la formation initiale des enseignants. Ces choix correspondent en partie à la triple position d'ancienne enseignante du secondaire, de formatrice en IUFM et de chercheure en didactique des mathématiques. Au niveau méthodologique, cette triple position nous a amenée à travailler des problèmes macroscopiques du système éducatif et à intégrer des résultats de recherche dans des champs connexes pour prendre en compte la complexité des contraintes des systèmes d'enseignement ou de formation.

Trois types d'unités portant sur des choix théoriques et méthodologiques structurent nos recherches. L'enjeu de cette synthèse est de souligner leur rôle, leurs potentialités et leur originalité, à savoir :

- la nécessaire intégration de résultats de travaux de recherche se situant dans des approches distinctes et mettant en jeu des cadres théoriques différents pour étudier des phénomènes complexes du système d'enseignement ; dans chaque cas, cette démarche vise à concevoir une analyse multidimensionnelle pour dégager des cohérences de fonctionnement des systèmes étudiés sur un temps long, support d'outils qui, utilisés conjointement, permettent de mettre en relation des éléments du système étudié ;
- l'exploitation organisée des apports de la didactique des mathématiques et plus particulièrement du modèle de la compétence algébrique, dans le cadre d'un travail de recherche collaboratif en EIAH, pour concevoir des modélisations informatiques, supports de conception d'environnements logiciels d'apprentissage ;
- la prise en compte de la complexité des pratiques enseignantes et des contraintes du métier d'enseignant et la recherche de conditions pour définir des ingénieries de formation permettant la transposition de résultats de recherche en didactique dans des classes ordinaires.

Cette note de synthèse se découpe en quatre chapitres :

Le chapitre 1 expose deux contextes pour introduire l'approche multidimensionnelle. Nous y présentons d'abord le modèle de la compétence algébrique et les deux opérationnalisations de la structure d'analyse multidimensionnelle construite pour comparer les rapports institutionnels et personnels à l'algèbre, en fin de scolarité obligatoire. Nous proposons ensuite une transposition de l'approche multidimensionnelle à l'étude des pratiques d'intégration de logiciels de géométrie dynamique en cycle 3 de l'école élémentaire.

Le chapitre 2 étudie l'apport de la didactique des mathématiques et, plus particulièrement l'apport du modèle de la compétence algébrique à la conception des modélisations informatiques. Nous montrons en quoi l'articulation entre les recherches en didactique des mathématiques et en informatique dans le cadre d'un projet de recherche pluridisciplinaire en EIAH, le projet LINGOT, a joué un rôle moteur dans ces avancées.

Le chapitre 3 explicite les questions liées à l'évaluation d'un dispositif de formation. Nous présentons une structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes à partir d'une revue de travaux dans ce domaine. Nous l'opérationnalisons pour étudier le développement professionnel d'enseignants débutants en lien avec la formation initiale suivie.

Pour conclure nous présentons les perspectives de recherche.

CHAPITRE 1

DES POTENTIALITES D'UNE APPROCHE MULTIDIMENSIONNELLE POUR L'ETUDE DE PROBLEMES COMPLEXES D'ENSEIGNEMENT OU DE FORMATION SUR LE LONG TERME

Introduction

L'enjeu de ce premier chapitre est de réinterroger les principaux choix théoriques et méthodologiques qui ont structuré nos travaux depuis 1990 et qui constituent une partie de leur originalité.

Avant d'être chercheure, nous avons enseigné pendant une vingtaine d'années, confrontée très souvent à l'échec de trop d'élèves, au désarroi de professeurs mal préparés tant à l'évolution du métier d'enseignant du fait de l'introduction de nouveaux outils technologiques qu'à l'évolution de la population scolaire. Nous avons découvert la didactique des mathématiques en 1989 et l'avons perçue comme une somme d'approches théoriques et d'outils potentiellement riches pour comprendre, voire modéliser de façon opératoire des problèmes d'enseignement.

Plus précisément, nous avons abordé des problèmes d'enseignement complexes liés :

- soit à des problèmes de transition dans le système éducatif et plus particulièrement ceux des discontinuités institutionnelles qui sont souvent accompagnées de ruptures auxquelles les différents acteurs du système sont plus ou moins sensibles (Grugeon 1997). L'incapacité fréquente des élèves à mobiliser leurs connaissances anciennes (dans le domaine de l'algèbre élémentaire pour ce qui concerne mes recherches) amène bien souvent les enseignants à interpréter l'absence de comportements attendus en termes d'ignorance.
- soit à des problèmes d'intégration de nouveaux artefacts dans l'enseignement des mathématiques ou à la difficulté d'enseignants, ayant participé à des formations continues, à réinvestir dans leur classe des séquences et situations d'apprentissage mobilisant les environnements informatiques.

Nous avons alors été amenée à questionner les choix d'analyse existants et à articuler puis coordonner des résultats de travaux de recherche se situant dans des approches distinctes. Ces approches mettent en jeu des cadres théoriques de la didactique des mathématiques : la théorie anthropologique du didactique (TAD) (Chevallard 1992, 1999), la théorie des situations didactiques (TSD) (Brousseau 1986), la psychologie cognitive *via* la théorie des Champs conceptuels (Vergnaud 1992) voire de l'ergonomie cognitive (Vérillon et Rabardel 1995). Ce choix méthodologique nous a permis de prendre en compte différents aspects d'un même problème en articulant des approches d'ordre anthropologique, épistémologique, cognitive, et différentes dynamiques d'analyse, à différentes échelles (du microscopique au macroscopique). Cette méthodologie s'est avérée cruciale pour renouveler et enrichir nos problématiques de recherche. Elle nous a amenée à revisiter des problématiques initiales pour aborder différemment les problèmes d'enseignement ou de formation étudiés :

- les difficultés d'élèves en algèbre élémentaire dans les transitions institutionnelles ne sont plus perçues comme seulement liées au niveau de l'élève mais aussi à des changements de rapport institutionnel à l'algèbre élémentaire, ici, dans la transition entre les filières de BEP tertiaire et les filières tertiaires de l'enseignement général de lycée (Grugeon 1997) ;
- les difficultés d'intégration des TICE ne sont plus seulement perçues comme liées à des difficultés d'ordre matériel ou à un manque de formation continue des enseignants mais aussi à la prise en compte de la non transparence de l'usage des artefacts (Artigue 2002) et à la nécessité d'accompagner l'instrumentation des artefacts et leur intégration dans des séquences d'enseignement (Artigue 2002, Assude 2005).

Un des éléments clefs de ce choix porte aussi sur la place essentielle attribuée à la définition de structures d'analyse multidimensionnelle visant à mettre en perspective différents éléments du système d'enseignement à partir de leurs cohérences de fonctionnement. Un des principaux enjeux est de dégager des leviers pour agir sur des éléments du système d'enseignement ou de formation.

Dans un premier paragraphe, nous proposons une synthèse réactualisée de chacune des recherches réalisées, en tenant compte des évolutions des cadres théoriques depuis 1995. Nous mettons en exergue les principaux résultats, les potentialités et les limites des choix théoriques et méthodologiques effectués. Est-il possible de simplifier des structures d'analyse multidimensionnelle, tout en privilégiant une étude globale d'éléments interdépendants du système étudié, pour tenter de pénétrer les phénomènes ? En quoi l'approche multidimensionnelle permet-elle de prendre en compte la dimension du temps long, variable indispensable pour saisir les spécificités des problèmes du système d'enseignement au quotidien dans les classes ou de formation ? En quoi le double mouvement nécessaire entre le travail microscopique et macroscopique est-il nécessaire pour saisir la complexité des fonctionnements ?

Dans le paragraphe 2, nous explicitons les approches théoriques retenues et pointons, pour chacune d'elle, leur rôle pour étudier les phénomènes d'enseignement abordés et leur domaine de validité. Nous présentons des adaptations de l'approche multidimensionnelle dans d'autres domaines mathématiques, transitions institutionnelles et intégrations technologiques. Nous indiquons de nouvelles perspectives développées dans les chapitres 2 et 3.

I. L'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux institutions

Nous avons initié cette démarche dans notre travail de thèse fin 1990. Du côté élève, nous avons réinterrogé les difficultés d'apprentissage des élèves dans le domaine de l'algèbre, considérées le plus souvent comme liées à leur « niveau mathématique », comme des ruptures possibles d'apprentissage liées à des transitions dans le système éducatif. En effet, la première interprétation ne prenait pas en compte le changement d'institution et le fait que le savoir mathématique enseigné dépend aussi des institutions dans lesquelles il vit et est appris. Pour ceci, il fallait se distancier des interprétations cognitives et étudier le cognitif à travers le filtre institutionnel. Pour mener à bien cette étude, nous avons d'abord défini une référence, modèle de la compétence algébrique indépendant des institutions concernées tout en se situant dans leur champ d'action. Nous avons ensuite construit une structure d'analyse multidimensionnelle, fondée sur ce modèle et les différents aspects de la compétence algébrique en jeu, afin de comparer les rapports institutionnels à l'algèbre élémentaire et de mettre perspective les rapports personnels et institutionnels. Le contexte d'enseignement choisi : les filières tertiaires de lycée professionnel et celles du lycée général, a fonctionné comme loupe grossissante du phénomène étudié.

Le questionnement relatif aux rapports institutionnels et personnels à des objets de savoir relève d'une approche anthropologique développée par Y. Chevallard (Chevallard 1992, 1999a) mais pour définir le modèle de la compétence algébrique, nous nous sommes appuyée sur des travaux de didactique de l'algèbre extérieurs à la seule approche anthropologique. Sur les plans théorique et méthodologique, nous avons donc été amenée à nous situer à la conjonction d'approches diverses, une approche de nature épistémologique et cognitive d'une part *via* les travaux de didactique de l'algèbre et une approche de nature anthropologique, pour jouer sur la complémentarité des analyses et des résultats qui leur sont respectivement associés.

Nous rappelons en quoi consiste ce modèle de la compétence algébrique, qui se veut indépendant des institutions concernées (filières tertiaires de lycée professionnel, filières tertiaires du lycée général, troisième de collège, seconde de lycée général) mais se situant dans leur champ d'action, pour transcender les institutions concernées.

1. Le modèle de la compétence algébrique

Avant d'aborder cette question, nous rappelons que le modèle de la compétence algébrique que nous avons proposé en 1995 est défini à partir d'une synthèse des travaux de didactique de l'algèbre (Grugeon 1995, 1997) et est structuré par deux principes :

- la structure d'analyse qu'elle fonde doit être multidimensionnelle pour permettre d'approcher la complexité de la compétence algébrique,
- cette structure doit permettre la mise en évidence de cohérences de fonctionnement tant du côté des institutions que du côté de l'élève.

Au-delà de ces deux principes, deux thèmes organisent la synthèse des travaux :

- la double dimension *outil* et *objet* de l'algèbre élémentaire pour sa pertinence épistémologique attestée par le développement historique de ce domaine ; les termes outil et objet sont pris ici selon l'acception de R. Douady (Douady 1986) ; ces deux dimensions sont non indépendantes et non hiérarchisées,
- la nécessaire rupture épistémologique entre l'arithmétique et l'algèbre pour le rôle fondamental qu'elle joue dans l'accès à la pensée algébrique (Vergnaud 1986, Kieran 1992).

D'autres choix auraient certainement pu être faits, mais l'exploitation de ce modèle depuis plus de dix ans a montré son efficacité.

Nous avons donc défini le modèle de la compétence algébrique comme suit :

- Les connaissances algébriques sont structurées selon deux dimensions principales créées et partiellement hiérarchisées, les dimensions *outil* et *objet* :

Sur le plan *outil*, la compétence algébrique s'évalue à travers la capacité à produire des expressions et des relations algébriques (formules, équations ou inéquations, identités) pour traduire un problème, à les interpréter puis à mobiliser les outils algébriques adaptés à leur résolution. Différents contextes, différents domaines d'emploi mettent en jeu la dimension *outil* de l'algèbre aussi bien dans des problèmes de généralisation, de formulation (formules ou équations), de résolution que de preuve, l'« arithmétique traditionnelle » n'en étant qu'un parmi d'autres (Chevallard 1985, 1989a, 1900, Gascon 1994). (...)

Sur le plan *objet*, le modèle prend en compte le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques pour les manipuler formellement en donnant sa juste place à la dimension technique (instrumentale et sémiotique) du traitement algébrique (Duval 1996). La compétence algébrique s'évalue à travers des capacités techniques d'ordre syntaxique et sémiotique et des capacités interprétatives mettant en jeu dénotation, interprétation et sens des expressions algébriques (Drouhard 1992). Elle peut aussi s'évaluer en termes de capacité à manipuler des ostensifs pilotés par des non-ostensifs (Bosch et al. 1999).

A ce niveau scolaire, nous prenons en compte deux autres éléments pour évaluer la compétence algébrique :

- L'entrée dans l'algèbre suppose une rupture épistémologique avec l'arithmétique (Vergnaud 1986, Kieran 1992, 1994) ;
- L'efficacité algébrique requiert une capacité à interpréter des expressions algébriques à la fois au niveau procédural et structural (Sfard 1991) et à développer une nécessaire fonction d'adaptabilité dans l'interprétation des expressions pour en faire des usages variés.

A partir de ce modèle nous avons construit une structure d'analyse multidimensionnelle pour comparer les rapports institutionnels à l'algèbre élémentaire, en collège, en lycée professionnel et en lycée général et mettre en perspective les rapports personnels des élèves à l'algèbre et les rapports institutionnels.

2. Une structure d'analyse multidimensionnelle

Le problème posé était de construire des outils permettant d'étudier à la fois des rapports institutionnels et personnels à l'algèbre. A un niveau scolaire donné, ici la fin de scolarité obligatoire, l'étude au niveau épistémologique et cognitif, dans le champ de la didactique de l'algèbre, permet de définir *a priori* l'enveloppe des types de tâches envisageables. En effet, l'ensemble des problèmes du champ conceptuel de l'algèbre définit les différents emplois de l'algèbre sous-tendant les types de tâche. Chaque type de tâche met en jeu des types de technique, des objets de l'algèbre à mobiliser pour les résoudre, des éléments technologiques et théoriques associés pour justifier le type de technique[1].

En conséquence, en ce qui concerne l'étude des rapports institutionnels à l'algèbre, la structure d'analyse multidimensionnelle a pour objectif d'étudier les types de tâches et types de techniques associées, ceux privilégiés par une institution, qui caractérisent son rapport institutionnel à l'algèbre. Cette analyse permet de décrire la « carte » des emplois de l'algèbre dans une institution donnée, à un grain assez gros. La structure d'analyse vise aussi à identifier et à décrire les caractéristiques dominantes du rapport institutionnel à l'algèbre à travers les cohérences en jeu, et ceci selon plusieurs composantes mises en évidence dans le modèle :

- L'étude du *rapport arithmétique/algèbre,* pour étudier si l'institution fait vivre la rupture arithmétique / algèbre à partir des critères suivants : démarche de résolution, statut des objets et du signe d'égalité ;
- La *gestion du calcul algébrique,* pour étudier l'habileté dans la manipulation des objets algébriques en lien avec la sémantique des expressions et la place attribuée à l'intelligence du calcul,
- L'*articulation entre le registre des écritures algébriques et les autres registres,* pour cerner la prise en compte de la dimension sémiotique de l'activité algébrique à partir des règles de formation et de traduction ;
- La *rationalité algébrique,* pour cerner le niveau de rationalité mis en jeu dans l'activité algébrique.

Le modèle de la compétence algébrique étant une référence indépendante des institutions, cette approche méthodologique permet de comparer, selon les institutions, les cartes des emplois de l'algèbre et les caractéristiques des rapports à l'algèbre composante par composante.

Du côté élève, en perspective du rapport institutionnel à l'algèbre mis en place dans une institution donnée, la structure d'analyse vise à étudier d'une part la maîtrise de l'outil algébrique pour réaliser différents types de tâches développés dans cette institution et à décrire les caractéristiques de l'activité algébrique de l'élève à travers ses cohérences locales selon les composantes présentées ci-dessus : son rapport à l'arithmétique, son habileté à faire du calcul algébrique, sa flexibilité à gérer et articuler le registre des écritures algébriques et d'autres registres de représentation, son rapport à la rationalité algébrique.

---

[1] On peut mettre en perspective cette modélisation avec celle de K. Kieran (Kieran 2001), construite après nos travaux, qui distingue trois types d'activité algébrique :
- l'activité générationnelle associant une variable dépendante à une variable indépendante, dans ses aspects numériques (table de valeurs), graphiques (courbe) et algébriques (ensemble de définition et expression),
- l'activité transformationnelle associant des propriétés à différentes expressions équivalentes définissant une fonction,
- l'activité de modélisation (niveau global / méta).

3. Une analyse à un grain microscopique

Pour identifier et décrire les caractéristiques de rapport institutionnel ou personnel à l'algèbre, en prenant en compte ce qui précède, nous avons associé à chaque composante un ensemble de critères et, à chaque critère, des valeurs possibles définies *a priori*. Ce type d'analyse met en œuvre un grain d'analyse microscopique en profondeur qui permet de mettre en évidence des décalages entre rapports institutionnels à l'algèbre ou de décrire les cohérences des rapports personnels d'élèves à l'algèbre et les mettre en perspective du rapport attendu.

Nous présentons ci-après deux exemples d'opérationnalisation de la structure d'analyse qui mettent bien en évidence la démarche méthodologique utilisée et le double mouvement entre le travail microscopique et le travail macroscopique. L'un concerne l'étude du rapport institutionnel à l'algèbre en jeu à travers un problème de mathématique financière présent dans les filières tertiaires. L'autre porte sur l'étude du rapport personnel à l'algèbre à travers un problème de preuve, le problème du prestidigitateur. À partir de ces exemples, nous interrogeons aussi le niveau d'analyse microscopique et la question de sa nécessité, vu le coût important qu'il engendre, et le besoin de remonter à un niveau macroscopique de description pour exploiter ses résultats.

a) *Des degrés différents d'implication de l'algèbre*

Problème : « *Calculer le capital placé pour obtenir une valeur de 8932^F après 120 jours à un taux de 8%».*

Quel est le type de tâche étudié ? Calculer un capital selon deux contraintes. C'est un problème arithmétique qui peut être résolu par une technique arithmétique, *via* la technique de la fausse position mais aussi par deux techniques algébriques. L'analyse *a priori* des différents types de technique de résolution montre différents usages de l'outil algébrique :

Technique 1 : on se ramène à une situation de proportionnalité, pour un capital donné, par exemple, un capital de 36000^F. L'intérêt obtenu après 120 jours est de 960 F. La valeur acquise du capital est de : 36000 F + 960 F = 36960 F. En utilisant le tableau de proportionnalité, et notant x le capital placé, x vérifie le rapport 36000 / 336960 = x / 8932. Le capital placé est de 8700 F

Technique 2 : on mobilise une formule, celle du capital acquis. $A = C + C \times t \times n/36000$ avec A le capital acquis, C le capital initial, t le taux d'intérêt et n le nombre de jours de placement. x par substitution dans C vérifie $8932 = x + x \times 8 \times 120 / 36000$.

Technique 3 : L'outil algébrique est mobilisé pour traduire algébriquement l'énoncé. La mise en équation est à la charge de l'élève. Les intérêts sont proportionnels à la fois au taux d'intérêt, ici 8/36000, et au nombre de jours de placement, ici 120. x vérifie donc l'équation $8932 = x + x \times 8 \times 120 / 36000$.

Ces trois techniques relèvent d'un rapport à l'algèbre différent, mobilisant des objets, des instruments sémiotiques ainsi que des éléments théoriques associés distincts. La technique 1 relève d'une *algèbre des proportions*, la technique 2 d'une *algèbre de l'utilisation des formules*, la technique 3 d'une *algèbre de la modélisation algébrique.* Dans l'institution « filière tertiaire de lycée professionnel », les deux premières techniques sont privilégiées. Dans l'institution « filière tertiaire de lycée général », seule la troisième technique est attendue. Ces techniques mettent en évidence des degrés différents d'implication de l'algèbre dans ces deux institutions : l'institution « filière tertiaire de lycée professionnel » laisse vivre une démarche arithmétique reposant sur l'usage des proportions, ce qui n'est pas le cas de l'institution « filière tertiaire de lycée général ». La démarche attendue dans cette filière nécessite une rupture avec la démarche arithmétique pour développer la démarche de modélisation algébrique s'appuyant sur la production de formules puis d'équations. Différents objets de l'algèbre et traitements associés sont mobilisés ainsi que différents niveaux de justification mis à l'œuvre. La technique 1 mobilise x comme inconnue dans une proportion, mais x a essentiellement un statut de désignation. La technique 2 mobilise à travers la formule des lettres comme variables et la lettre x comme inconnue dans l'équation obtenue par substitution. La technique 3 mobilise la lettre x à la fois comme variable lors de la production de la formule du capital puis comme inconnue lors de la mise en équation et sa résolution. Cette analyse *a priori* fine des types de techniques possibles permet bien de différencier des rapports à l'algèbre à partir des valeurs attribuées aux critères en jeu dans chaque composante. À partir de l'analyse microscopique, un passage au niveau générique permet une interprétation à un niveau plus macroscopique, celui des types de techniques. Mais le passage préalable par le travail au niveau microscopique est nécessaire pour inférer les différents aspects possibles du rapport à l'outil algébrique lors de la résolution de ce problème.

b) Le problème du prestidigitateur : un double mouvement d'analyse

Enoncé

Un prestidigitateur est sûr de lui en réalisant le tour suivant. Il dit à un joueur :
"Tu penses un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies par 3, tu retranches 4, tu ajoutes ton nombre, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais ton nombre : tu as trouvé 7"
L'affirmation est-elle vraie ? Justifiez votre réponse.

Nous analysons maintenant le problème « dit » du prestidigitateur. Du côté institutionnel, dans la filière tertiaire du lycée général, l'analyse *a priori* porte sur la démarche attendue pour résoudre ce type de tâche : « prouver qu'une propriété numérique est vraie ». Plusieurs sous types de tâches sont mis en jeu : généraliser, traduire un algorithme de calcul et produire une expression algébrique, calculer *via* le développement et la réduction d'expressions algébriques. Les lettres utilisées ont le statut de nombres généralisés et deux écritures sont envisageables : l'écriture globale parenthésée ou l'écriture pas à pas séparée.

Solutions attendues	Valeurs du critère *type de conversion*[2] *(type d'écriture)*
$((x+8)\times 3-4+x)/4+2-x$ $(3x+24-4+x)/4+2-x$ $(4x+20)/4+2-x$ $x+5+2-x$ 7	Ecriture linéaire globale parenthésée
$(x+8)\times 3=3x+24$ $3x+24-4+x=4x+20$ $(4x+20)/4=x+5$	Ecriture pas à pas séparée

Tableau n° 1 : Types d'écriture attendus

Du côté élève, au-delà de la stratégie algébrique, une stratégie arithmétique est envisageable. Au-delà des écritures correctes, des écritures incorrectes apparaissent comme valeurs possibles du critère « type de conversion ».

Pour la stratégie arithmétique :

Représentant d'un type de solutions	Valeurs du critère *type de traduction*
pour 1, $(1+2)\times 4 = 12+2 = 15+1= 16/5 = 16/5 - 2 = 8-2=$ 7	Ecriture pas à pas enchaînée en succession d'opérations incorrecte vis à vis de l'égalité

[2] Type de conversion en référence à Duval (Duval 1993).

pour 1, 1+8 = 9 ; 9 × 3 = 27 ; 27-4 = 23 ; 23+1= 24 ; 24/4 = 6 ; 6+2 = 8 ; 8-1= 7.	Ecriture pas à pas séparée en succession d'opérations
pour 3, 3+8×3-4+3/4+2-3 = 7	Ecriture linéaire globale non parenthésée avec mémoire[3]
pour 3, 3+8×3-4+3/4+2-3 = 22,75	Ecriture linéaire globale non parenthésée sans mémoire

Tableau n° 2 : Types d'écriture utilisés lors du passage vers le registre des écritures numériques (Grugeon 2007)

Pour la stratégie algébrique :

Représentant d'un type de solutions	Valeurs du critère *type de traduction*
B nombre pensé, S somme 1ère, S' somme 2nde, etc. (B + 8) × 3 = S - 4 = S' + B = S²/4 = S³ + 2 = S⁴ - B = 7	Ecriture pas à pas enchaînée en succession d'opérations incorrecte vis à vis de l'égalité
$(x+8)3 = 3x+24 = 27x$; $27x-4 = 23x$; $23x+x = 24x$ $24x/4 = 6x$; $6x+2=8x$; $8x-x=7$ Le traitement formel s'appuie sur *des règles de transformation incorrectes*	Ecriture pas à pas séparée en succession d'opérations - système sans parenthèses - assemblage {a+b ---> *ab*} - désassemblage en addition {*ab* ---> *a+b*}
sans mémoire : x+8x3-4+x/4+2-x = 7 x+ x- x = 8x3 - 4/4 +2 2x - x = 24 - 1+ 2 x= 25	Ecriture linéaire globale non parenthésée sans mémoire et résolution d'équation avec erreur dans le transfert d'un membre à l'autre

Tableau n° 3 : Types d'écriture utilisés lors du passage vers le registre des écritures algébriques (Grugeon 2007)

Cet exemple illustre, nous semble-t-il, la démarche méthodologique utilisée : la structure d'analyse multidimensionnelle sert d'interface d'analyse pour décrire d'un côté les solutions avec les types de technique attendus et, de l'autre, conjointement, les solutions envisageables des élèves. Différentes productions incorrectes mettent en évidence des rapports à la traduction et à la manipulation d'expressions algébriques non conformes aux rapports attendus. Ce travail microscopique est nécessaire pour inférer, pour cette tâche, le statut du signe d'égalité et des lettres, le statut des expressions mobilisées, des règles de traduction, des règles de formation d'expressions, des règles de transformation, le type de raisonnement utilisé. Cette analyse au niveau microscopique permet donc de prendre en compte la complexité de l'activité algébrique via les composantes et les critères associés. La comparaison des valeurs des critères, pour une composante donnée et pour des tâches mettant en jeu des types ou sous-types de tâche communes, est ensuite exploitée pour faire apparaître des cohérences de fonctionnement.

En 1997, nous mettions en exergue des difficultés d'ordre méthodologique liées à la nécessité d'ajouter des valeurs « locales » des critères, en lien avec les tâches. Nous pensons que cette difficulté était liée à la nécessité d'élargir l'analyse *a priori*. Nous reviendrons sur d'autres difficultés d'ordre méthodologique dans le paragraphe I.C.

[3] L'élève garde en mémoire le sens de l'enchaînement opératoire et l'effectue correctement à l'aide d'un calcul mental.

4. Une relecture des résultats à partir du concept d'organisation mathématique de Chevallard (Chevallard 1999), (Bosch et al. 2002)

En reprenant le concept d'organisation mathématique développé par Y. Chevallard (Chevallard 1997), comparer les rapports institutionnels à l'algèbre revient à comparer des organisations mathématiques régionales concernant l'algèbre élémentaire enseigné dans différentes institutions. Ces organisations mathématiques englobent et intègrent des organisations locales, elles-mêmes constituées d'organisations mathématiques ponctuelles [T, τ, θ, Θ]. Toute organisation mathématique ou praxéologie est constituée de quatre composants : un type de tâche T et une technique τ pour réaliser ce type de tâche, les éléments technologiques θ correspondant au discours utilisé pour expliquer et justifier la technique et les éléments théoriques Θ qui fournissent le cadre des justifications. L'analyse des agglomérats d'organisations ponctuelles et locales permet de mettre en évidence les décalages entre les différentes praxéologies à partir des composantes d'analyse présentées plus haut. La comparaison se fait par rapport à l'organisation mathématique de référence.

La structure d'analyse multidimensionnelle, organisée autour des différentes composantes, vise à étudier des organisations mathématiques correspondant à l'algèbre dans une institution donnée. La composante 1 caractérise l'ensemble des types de tâches en jeu et permet de décrire le niveau d'implication de l'algèbre en jeu à travers la dimension *outil* développée selon les types de tâches présents et les différents emplois de l'algèbre. L'étude des organisations ponctuelles relatives à chaque type de tâche permet de dégager des types de techniques privilégiés et les objets mathématiques mis en jeu parmi les possibles définis *a priori*. Selon les types de techniques privilégiés dans une institution, cette description permet d'expliciter les objets algébriques privilégiés dans la résolution des problèmes selon le niveau d'implication de l'algèbre et les niveaux de justification en jeu, la prise en compte ou non de la négociation du rapport arithmétique / algèbre, l'habileté de calcul visé en lien avec la place attribuée à l'interprétation des expressions, tant aux niveaux syntaxique, sémantique qu'aux niveaux procédural et structural. La structure multidimensionnelle fonctionne comme un outil permettant d'analyser finement les organisations mathématiques. Nous l'illustrons dans le paragraphe 5.c) qui concerne l'étude des programmes de collège depuis la réforme de 2005.

5. Exploitation de la structure d'analyse multidimensionnelle

Nous avons réalisé deux principaux types d'exploitation : la caractérisation des rapports institutionnels à l'algèbre élémentaire et l'analyse des décalages entre ces rapports dans des institutions différentes, la filière tertiaire de l'enseignement professionnel, la classe de seconde générale et la classe de troisième de collège[4] (Grugeon 1999) d'une part, la caractérisation des rapports personnels à l'algèbre et leur mise en relation avec les rapports institutionnels (Grugeon 1997, 1999) d'autre part.

a) Comparaison des rapports institutionnels à l'algèbre élémentaire

D'un point de vue méthodologique, pour chaque institution, nous avons analysé en parallèle des parties des programmes en lien avec l'algèbre élémentaire ainsi que des problèmes caractéristiques des compétences algébriques attendues, par exemple, dans les sujets d'examen, les évaluations nationales. Cette analyse a permis de dégager des caractéristiques dominantes des rapports institutionnels à l'algèbre dans chaque institution. La description des caractéristiques dominantes s'appuie sur l'analyse transversale des grilles descriptives associées aux tâches mises en jeu dans des problèmes spécifiques et

[4] Dans une recherche plus récente visant à transposer cette démarche à la transition troisième de collège et seconde de lycée général.

représentatifs de ceux travaillés dans chaque institution. Nous avons exprimé ces caractéristiques dominantes globalement en termes :

- de types de tâches privilégiés et de techniques développées pour les effectuer, en lien avec le niveau de rationalité attendu,
- d'objets de l'algèbre mobilisés,
- de place laissée à l'arithmétique,
- de niveau de manipulation formelle et de traitement sémiotique en liaison avec les ostensifs mobilisés.

La comparaison des caractéristiques dominantes des rapports institutionnels à l'algèbre dans les institutions BEP tertiaire et seconde indifférenciée a confirmé des décalages importants entre rapports institutionnels, résumés dans le tableau ci-dessous (Grugeon 1997).

B.E.P. tertiaire	**Seconde indifférenciée**
Rapport à l'algèbre laissant une grande place à l'arithmétique	Rapport à l'algèbre prenant en compte une rupture effective entre l'arithmétique et l'algèbre
Rapport à la manipulation formelle enfermé dans un rôle d'usage et de transformation de formules dans des tâches non finalisées, permettant un traitement fortement lié à des caractéristiques syntaxiques	Rapport à la manipulation formelle engagé dans de nouveaux emplois impliquant des capacités techniques d'ordre syntaxique et sémiotique mais aussi d'ordre sémantique
Rapport à l'algèbre ne développant pas la flexibilité entre registres de représentation	Rapport à l'algèbre développant davantage la flexibilité entre registres de représentation
Rapport à l'algèbre lié au poids important des applications tertiaires et organisé autour de l'application de formules et de la résolution d'équations	Rapport à l'algèbre lié à des situations d'emploi plus diversifiées et mettant en jeu la modélisation et le travail dans le cadre fonctionnel

Tableau n° 4 : Caractéristiques dominantes des rapports institutionnels à l'algèbre dans chaque institution (Grugeon 1997)

Cette analyse a mis aussi en évidence divers leviers susceptibles de favoriser l'entrée dans la pensée algébrique. Ces leviers portent autant sur le choix des tâches mettant en jeu différents emplois de l'algèbre que sur celles développant la pratique technique « intelligente » du calcul algébrique. L'étude des décalages nous a incitée à ne pas péjorer les leviers utilisant le « technique ».

b) Rapport personnel de l'élève à l'algèbre : profil de l'élève (Grugeon 1995)[5]

Nous abordons ici le deuxième type d'exploitation de la structure d'analyse multidimensionnelle : la définition des profils d'élèves.

- *Les choix méthodologiques*

Cette étude a été réalisée à partir de la construction d'un outil de diagnostic. Nous avons conçu un outil diagnostic constitué d'un nombre donné de tâches (19) couvrant les différents types de tâches associés au domaine algébrique, à ce niveau scolaire (fin de scolarité obligatoire). A chaque tâche est associée une grille descriptive correspondant à l'activité

[5] Nous avons simplifié la présentation en tenant compte des apports du projet Lingot.

attendue par l'institution et une grille d'analyse des productions d'élèves. Une vision globale de la répartition des critères utilisés pour analyser l'ensemble des tâches montre que chacun d'eux est mis en jeu plusieurs fois (au moins cinq) pour permettre la recherche de cohérences de fonctionnement, composante par composante.

L'analyse des productions des élèves, nous en avons montré un exemple avec le prestidigitateur, sur l'ensemble des tâches nous a permis de dresser un panorama cognitif de chaque élève. La description obtenue, au niveau microscopique, était très complexe : en effet, elle était constituée de n-uplets (19) de valeurs, difficilement exploitables en l'état. Il s'est avéré nécessaire d'opérer une synthèse significative et opératoire de ce panorama. Nous avons effectué cette synthèse *via* la notion de profil cognitif de l'élève en algèbre élémentaire, ce qui permet de remonter du niveau microscopique au niveau plus synthétique visé. Le profil de l'élève en algèbre élémentaire, à un niveau donné, est une description des principaux traits de son comportement en algèbre élémentaire : il a pour ambition de donner un modèle intelligible de son rapport personnel à l'algèbre. Pour ceci, nous avons réalisé un recoupement transversal des codes correspondant à l'analyse des réponses aux tâches, pour chaque composante, critère par critère, afin de dégager des cohérences de fonctionnement, descripteurs de régularités caractéristiques de traits de comportement.

- *Les niveaux de description*

Nous avons défini trois niveaux de description pour structurer les principaux traits du comportement de l'élève en algèbre.

- Le premier niveau résume les compétences algébriques en termes de réussite/échec par rapport à un niveau attendu. Ce niveau de description résume les emplois de l'algèbre maîtrisés.

- Le deuxième niveau décrit les cohérences de fonctionnement composante par composante. Les cohérences de fonctionnement sont exprimées par des modes définis *a priori*. Indiquons les modes pour la composante *gestion du calcul algébrique* :

Modes	Description
Manipulation formelle opératoire attendue	Manipulation formelle correcte correspondant à la maîtrise technique attendue
Manipulation formelle opératoire	Manipulation formelle correcte
Manipulation formelle opératoire incorrecte On distingue trois types de manipulation formelle, le troisième n'excluant pas les deux premiers : - Manipulation formelle **opératoire incorrecte avec mémoire dans un système non parenthésé** - Manipulation formelle **opératoire incorrecte sans mémoire dans un système non parenthésé** - Manipulation formelle **opératoire incorrecte avec règles fausses**	Manipulation formelle incorrecte : les rôles des opérations + et ×, de l'exposant 2 sont correctement identifiés dans les réécritures. - Réécritures dans un système non parenthésé avec mémoire du calcul conduisant à un calcul correct. - Réécritures dans un système non parenthésé sans mémoire du calcul conduisant à un calcul incorrect. - Rôle des parenthèses correctement identifié, mais usage de règles de transformation incorrectes (règles de fausse linéarité, règle de transposition multiplicative[6]
Manipulation formelle pseudo-opératoire	Rôle des opérateurs *exposant 2*, ×, +, non stable L'opérateur *exposant 2* associé à la duplication ou à la multiplication par 2
Manipulation opératoire non opératoire	Calcul algébrique sans prise en compte ni des blocs de calcul, ni des opérations.

Tableau n°5 : Modes de calcul (Grugeon 1997)

[6] Règle de transposition multiplicative : $a \times x = b \rightarrow x = -b/a$

- Le troisième niveau résume la flexibilité dans l'articulation entre les registres sémiotiques intervenant dans les cadres mis en jeu dans la résolution des problèmes. Un diagramme présente les liaisons effectives entre les registres.

Pour illustrer ce modèle, nous présentons le profil de Caroline.
La compétence algébrique de Caroline est très faible. Elle réussit seulement des tâches de mise en équation, dans un contexte professionnel, mettant en jeu les techniques de l'algèbre de la proportionnalité (techniques permettant de se ramener à la résolution d'une équation-proportion).

Sa gestion du calcul algébrique est pseudo-opératoire. De façon systématique, elle transforme des écritures algébriques en des écritures du premier degré, utilise une écriture algébrique en assemblage, ou une écriture dans un système sans parenthèse. Ce comportement a certainement été favorisé en filière tertiaire professionnelle par l'habitude d'un traitement algébrique limité à un domaine d'objets du premier degré.

Caroline a développé une flexibilité très faible dans l'articulation entre les différents registres sémiotiques[7].

Mais des éléments positifs et constructifs ressortent de l'analyse et peuvent servir de leviers pour faire évoluer son rapport à l'algèbre. Conformément à l'enseignement reçu en filière BEP Tertiaire, Caroline semble avoir confiance dans l'écriture symbolique. En particulier, pour justifier qu'une propriété numérique est vraie, elle raisonne en s'appuyant sur des règles incorrectes de formation d'expression ($x^n \rightarrow x + x + \ldots + x$) pour travailler sur des expressions du premier degré.

Comment amener Caroline à repérer que cette règle de transformation est incorrecte, lui permettre de remettre en question son usage et construire un modèle correct ? Nous reviendrons sur des situations d'apprentissage proposées dans le cadre d'un enseignement différencié s'appuyant sur ce diagnostic dans le chapitre 2.

c) Etude de l'évolution des programmes

Pour montrer l'opérationnalité de l'approche multidimensionnelle, nous utilisons ici la description du rapport institutionnel à l'algèbre en termes de praxéologie pour comparer les rapports institutionnels à l'algèbre en classe de $5^{\text{ième}}$ avant et après la réforme de 2005 (Cf. programme Annexe).

Avant 2005, l'organisation mathématique globale OM en ce qui concerne l'algèbre à enseigner *via* les programmes de $5^{\text{ième}}$ englobe deux organisations mathématiques locales OM_1 et OM_2 autour respectivement du développement ou de la factorisation d'expressions (distributivité de la multiplication par rapport à l'addition) et du test d'égalités vraies.

Après 2005, l'organisation mathématique globale OM' en ce qui concerne l'algèbre à enseigner *via* les programmes de $5^{\text{ième}}$ englobe trois organisations mathématiques locales OM_1, OM_2 et OM'_3. Pour les organisations mathématiques OM_1, OM_2 qui organisent respectivement les pratiques de développement ou de factorisation d'expressions (distributivité de la multiplication par rapport à l'addition) et celles du test d'égalités, les changements sont peu importants. En revanche, l'organisation mathématique locale OM'_3 englobe des praxéologies correspondant à de nouveaux types de tâches : *produire une expression algébrique, utiliser une expression algébrique.* Cette organisation mathématique locale porte sur le domaine « Gestion de données et fonction ». Cette modification est majeure. Grâce à elle, la dimension *outil* de l'algèbre reprend une place majeure dans

[7] Seule l'articulation entre le registre du langage naturel vers le registre des écritures algébriques (sans doute dans des cas simples) est mobilisable.

l'introduction des expressions algébriques à partir de problèmes de généralisation. Le statut de la lettre comme nombre généralisé apparaît maintenant prépondérant.

La synthèse présentée dans cette partie I illustre la démarche méthodologique que nous avons développée dans les années 1990. Nous l'avons ensuite transposée dans une autre recherche, en faisant varier les variables du système d'enseignement/formation, pour étudier de nouveaux phénomènes liés à l'intégration d'une technologie dans l'enseignement des mathématiques. Nous présentons cette transposition dans la partie suivante, puis, à partir de ces deux illustrations, nous revenons sur les potentialités de cette approche méthodologique et théorique, les limites, et les difficultés rencontrées.

II. Pratiques d'intégration de logiciels de géométrie dynamique en cycle 3

Nous disions en 1997 « combien ce choix, qui permet de capitaliser les résultats sur le fonctionnement des différents éléments du système didactique, nous semblait riche, opératoire et prometteur dans les recherches à venir ». A partir de 2002, nous avons transposé cette démarche dans une recherche qui avait pour but d'étudier comment les enseignants ayant suivi une formation continue portant sur l'intégration des logiciels de géométrie dynamique (GD), GeoplanW ou CabriGeomètre, en cycle 3 de l'école élémentaire, prenaient en compte les contraintes et les conditions d'intégration de ces logiciels dans leur enseignement en classe[8]. Il s'agissait d'étudier l'évolution des pratiques d'intégration des enseignants, sur le long terme (deux ans), de les comparer et de les mettre en perspective de la formation continue reçue préalablement. Cette recherche a été développée, d'une part dans le cadre d'un appel d'offre de l'IUFM d'Amiens[9], et d'autre part, dans le cadre du projet national MAGI « Mieux Apprendre la Géométrie avec l'Informatique »[10] (Assude et Grugeon 2002, Assude et Grugeon 2005, Assude, Grugeon et al. 2006, Grugeon 2006, 2008a).

Nous avions engagé cette recherche, en partie pour réinterroger du côté des enseignants, le faible usage des logiciels dans le système éducatif, ici dans le primaire. En effet, très souvent, ce faible usage n'était pas connecté à des questions d'intégration mais à des questions d'organisation matérielle ou à une non formation des enseignants à utiliser les logiciels. Or cette interprétation ne prenait pas en compte deux évolutions : l'évolution technique qui modifie l'économie et le traditionnel équilibre existant avec les instruments habituels papier / crayon entre le travail technique et conceptuel, l'évolution liée à l'introduction de nouvelles tâches logicielles qui modifient l'organisation de l'enseignement

[8] La formation continue a duré trois semaines et a regroupé des enseignants de cycle 3 en janvier-févier 2002.

[9] Le projet s'intitule « Intégration de logiciels de géométrie dynamique en cycle 3 et en sixième : Quels effets d'un dispositif de formation et d'accompagnement ? »

[10] Le projet MAGI a été coordonné par C. Laborde à l'Université Joseph Fourier et l'IUFM de Grenoble. Ce projet impliquait vingt chercheures, formateurs et enseignants, répartis dans plusieurs équipes en France. Le but de ce projet était d'étudier le processus d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique, ici Cabri-géomètre. Dans ce contexte, l'équipe d'Amiens a travaillé avec des enseignants de l'école primaire ayant suivi une formation continue de trois semaines portant sur l'intégration de logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri. Pendant deux ans, ils ont intégré l'usage du logiciel dans leur enseignement habituel de la géométrie plane. Nous avons suivi cinq enseignants pendant ces deux ans : quatre d'entre eux ont élaboré eux-mêmes leurs séquences tout en ayant un support technique par un formateur, le cinquième a élaboré et analysé ses séquences avec un formateur dans le cadre d'un travail collaboratif. Les enseignants de cycle 3 (CM1 et CM2) ont travaillé sur des séquences portant sur la construction de quadrilatères particuliers ou de triangles. Les analyses ont porté sur plusieurs sources : les préparations des enseignants (séquences, séances et tâches), des notes prises pendant l'observation de séances, des interviews d'enseignants, des productions d'élèves.

de la géométrie. Ce faible usage des logiciels n'est-il pas davantage lié à une trop faible prise en compte de ces deux évolutions ?

Comme dans la recherche précédente, nous questionnons encore une fois des interprétations répandues et tentantes. Cette fois, nous convoquons l'approche anthropologique pour étudier les questions d'intégration d'une nouvelle technologie. Mais nous l'associons à une approche ergonomique. Ces nouveaux questionnements sont outillés par des outils théoriques issus de ces deux approches, respectivement l'organisation mathématique pour étudier l'articulation des tâches entre les environnements papier/crayon et technologique et la genèse instrumentale des artefacts (Artigue 2002). Ces deux approches nous ont permis ainsi de renouveler les hypothèses de recherche.

Pour définir une méthodologie adaptée, il nous a semblé indispensable de coordonner différentes approches issues de courants de recherche concernés par ce thème : didactique des mathématiques, psychologie cognitive, ergonomie cognitive et environnements interactifs d'apprentissage humain (EIAH). Ce choix s'appuie sur une approche multidimensionnelle (Artigue 2002, Lagrange et Grugeon 2003[11], Guin, Ruthven et Trouche 2004) qui prend en compte différentes dimensions : épistémologique, cognitive, institutionnelle, anthropologique et instrumentale.

Après avoir présenté les approches théoriques, nous dégageons les hypothèses retenues pour étudier les contraintes et conditions d'intégration des logiciels dans l'enseignement des mathématiques. Nous nous centrons ensuite sur le cas des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, en cycle 3 de l'école élémentaire. Nous explicitons les contraintes et conditions d'intégration qui tiennent lieu de référence pour analyser les pratiques d'intégration des enseignants. Puis, nous réinterprétons les différentes composantes d'analyse qui en découlent en une structure d'analyse multidimensionnelle en distinguant les pratiques d'intégration du côté instrumental et du côté praxéologique (Assude 2006, 2007). Nous montrons l'efficacité de cette structure pour comparer les pratiques d'intégration de deux enseignants.

1. Des contraintes et des conditions d'intégration de logiciels : le cas des logiciels de géométrie dynamique

Nous nous appuyons principalement sur des travaux français. Que nous apprennent les approches anthropologique et ergonomique pour interroger l'intégration des technologies dans l'enseignement ?

[11] Cet article et celui de Grugeon et Delozanne (2001) présentent les résultats de la recherche menée dans le cadre du CNCRE avec cinq équipes de didactique des mathématiques. Cette recherche interrogeait le décalage d'une part entre les potentialités des TICE mises en évidence dans de nombreux travaux d'innovation et de recherche sur leur intégration dans les situations d'enseignement et les politiques volontaristes en faveur de leur utilisation et d'autre part les utilisations réellement constatées dans les classes qui demeurent souvent limitées. Cette recherche s'est appuyée sur l'analyse d'un corpus d'articles international assez exhaustif dans une discipline – les mathématiques – sur une durée de cinq ans, auquel nous avons appliqué des traitements qualitatifs et quantitatifs dans l'esprit d'une "méta-étude". Ces traitements ont fait apparaître des facteurs relatifs à l'utilisation des TICE très inégalement pris en compte dans les publications et une lente évolution vers une reconnaissance de la complexité de l'enseignement et de l'apprentissage avec les TICE. Nous avons organisé ces facteurs en "dimensions d'analyse" pour aider les innovateurs et chercheures dans cette évolution en leur donnant les moyens d'appréhender cette complexité. Cette structure correspond à une analyse multidimensionnelle à partir de sept dimensions : dimension épistémologique et sémiotique, dimension cognitive, dimension institutionnelle, dimension instrumentale, dimension « situation » et dimension « enseignant ».

a) Les approches anthropologique et ergonomique pour interroger l'intégration des technologies informatiques

Au-delà de l'approche épistémologique et sémiotique, au cœur de nos préoccupations pour étudier l'influence des TICE sur l'activité mathématique et sur les représentations des objets mathématiques, la dimension cognitive permet d'étudier en quoi, au travers des pratiques où le travail technique joue un rôle décisif, un élève construit les objets mathématiques et les connections entre eux nécessaires à leur compréhension conceptuelle (Lagrange 2001). Mais, ces approches ne suffisent pas à étudier les questions d'intégration posées.

L'approche anthropologique permet d'étudier les interactions entre la technologie et les conditions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques propres aux systèmes scolaires ou universitaires. Il existe un équilibre institutionnel relatif à l'enseignement de notions, mettant en jeu des règles implicites qui gouvernent leur fonctionnement. Il tend à perdurer au-delà des modifications des contenus à enseigner ou des modes d'enseignement (Chevallard, 1992). L'introduction d'une nouvelle technologie vient modifier certains éléments qui peuvent être cruciaux dans cet équilibre mais n'entraîne pas mécaniquement sa "viabilité" dans l'enseignement. Elle affecte à la fois l'organisation des tâches et des techniques utilisées pour les réaliser. L'approche anthropologique propose les outils théoriques d'organisation mathématique et didactique pour étudier en quoi l'introduction de tâches nouvelles dans l'environnement logiciel modifie la conception et la mise en œuvre des séquences d'enseignement. La conjugaison entre l'approche anthropologique et l'approche ergonomique à l'œuvre dans l'approche instrumentale donne des outils théoriques pour étudier en quoi les techniques instrumentées par une technologie informatique sont changées par rapport aux techniques habituelles de l'environnement papier/crayon. Ces changements sont analysés d'abord en termes de valeur pragmatique, en ce qui concerne leur productivité potentielle, puis en termes de valeur épistémique, en ce qui concerne leur contribution à la compréhension des objets mathématiques en jeu dans la résolution de la tâche (Artigue 2002). Ces nouveaux outils introduisent aussi de nouveaux besoins mathématiques qui émergent avec l'implémentation du savoir mathématique dans les systèmes informatiques et les représentations mises en jeu (Balacheff 1994). Aussi, comme le dit M. Artigue (Artigue 2002), « il nous semble que l'approche anthropologique fournisse un cadre théorique effectif pour questionner ces changements et leurs possibles effets sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ».

L'approche ergonomique permet d'analyser les effets d'un logiciel « complexe » sur les apprentissages, sur le temps long, en considérant en étroite interaction les conceptualisations de la technologie de l'élève et celles qui sont liées au domaine mathématique en jeu. Les logiciels étudiés embarquent des mathématiques complexes, aussi leur appropriation par les élèves demande certainement du temps et met en jeu des mathématiques. Les travaux de Rabardel et Vérillon (Vérillon et Rabardel 1995, Rabardel 1999) constituent un nouveau cadre théorique pour analyser cette appropriation. Ils mettent l'accent, en ce qui concerne l'usage d'un outil pour réaliser des tâches dans un domaine mathématique donné, sur la co-construction de connaissances sur l'outil et sur le domaine. L'outil est au départ un simple artefact matériel. La co-construction est une "genèse instrumentale" par laquelle l'artefact se constitue en instrument pour l'élève à travers la construction de schèmes personnels. Les auteurs distinguent deux mouvements pour la genèse instrumentale : l'instrumentalisation et l'instrumentation. Le processus d'instrumentalisation correspond à la prise en main de l'artefact et sa transformation éventuelle par le sujet, tandis que le processus d'instrumentation est en liaison avec l'émergence et l'évolution des schèmes d'utilisation (il exprime l'action de l'artefact sur le sujet). L'élève construit des connaissances instrumentales étroitement entremêlées avec les connaissances mathématiques. Il s'agit alors de mettre en place des conditions pour amener l'élève à construire des connaissances instrumentales et à les rendre opératoires dans la réalisation des tâches proposées, en articulation avec les connaissances mathématiques. Pour ceci, il est nécessaire d'identifier des contraintes induites par l'usage de l'instrument, à la fois des contraintes de commande et des contraintes organisationnelles, ainsi que les nouvelles potentialités offertes par le travail instrumenté (Balacheff 1994).

Nous nous focalisons maintenant sur le cas des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, en cycle 3 de l'école élémentaire. Quelles sont les potentialités de ces logiciels à exploiter pour favoriser l'apprentissage de la géométrie à ce niveau scolaire ? Quelles sont les conditions et les contraintes à prendre en compte pour l'intégration en classe de cycle 3 d'un tel logiciel ? A l'aide de quels outils théoriques peut-on proposer des indicateurs permettant aux chercheures d'évaluer leur degré d'intégration dans les pratiques des professeurs ? Ces éléments constitueront autant de points d'appui pour concevoir une formation professionnelle prenant en charge la question de l'intégration des logiciels de géométrie dynamique.

b) Des conditions et des contraintes d'intégration de logiciels de géométrie dynamique, Geoplanw ou Cabri, en cycle 3 de l'école élémentaire

Avant de présenter des potentialités des logiciels de géométrie dynamique, nous précisons des conditions à prendre en compte pour organiser la pratique géométrique au cycle 3 de l'école élémentaire.

- *Du côté épistémologique et sémiotique : le passage d'une géométrie de l'observation à une géométrie du raisonnement*

« En géométrie, l'objectif principal est de se familiariser avec les objets du plan et de l'espace et de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments. » (BO 2008). La pratique géométrique, à ce niveau scolaire, met en jeu différents types de connaissances, spatiales, instrumentales et géométriques. Laborde (Laborde 1999, Clarou et Laborde 2000) distingue l'objet géométrique (référent théorique) de ses représentations possibles (signifiants). Un dessin (réalité spatio-graphique sur du papier ou sur un écran informatique) est une représentation possible d'un objet géométrique. Une description discursive (par exemple, un énoncé, un programme de construction) en est une autre. La figure géométrique (signifié) renvoie à « l'établissement d'une relation entre un objet géométrique et ses représentations possibles »[12]. C. Houdement et A. Kuzniak (Houdement et al 1996) ont défini trois paradigmes : la géométrie naturelle (G1), la géométrie naturelle axiomatique (G2), et la géométrie axiomatique formaliste (G3) pour modéliser différents rapports possibles entre dessin et objet géométrique, et différents niveaux de validation. Un des enjeux de l'enseignement de la géométrie en cycle 3 est de faire évoluer le statut du dessin à partir d'un choix de situations didactiques adaptées, cette évolution accompagnant le passage d'une géométrie de l'observation à une géométrie du raisonnement. Les conditions suivantes permettent selon (Parsysz 1988, Rauscher 1993) de négocier ce passage : distinguer le dessin d'une figure géométrique, faire évoluer le rapport au contrôle de l'interaction entre dessin et figure, en favorisant la distinction entre les aspects visuels et « théoriques » d'une

[12] Laborde et Capponi ont élaboré les notions de *domaine de fonctionnement* (ensemble des propriétés géométriques représentées par certaines propriétés spatiales du dessin) *et* de *domaine d'interprétation* (ensemble des propriétés spatiales qu'on peut interpréter comme relevant de propriétés géométriques de l'objet) pour distinguer les notions de dessin, figure et objet géométrique. La non distinction entre dessin et objet géométrique conduit à ne réaliser qu'une lecture spatiale et non géométrique (Salin 1992, 2001)

figure et l'articulation entre ses différentes représentations (programmes de construction, dessins).

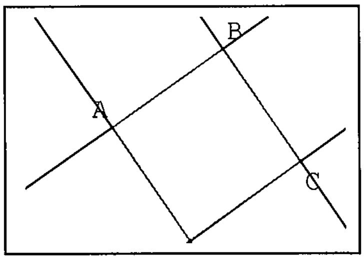
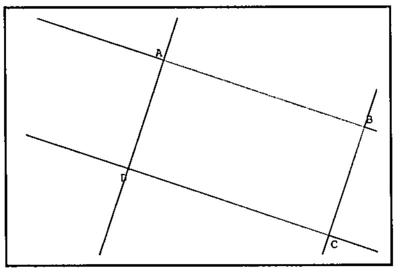
- *Des potentialités des logiciels de géométrie dynamique*

Des recherches comme celles d'Argaud et Laborde (Argaud, 1998, Laborde 1999) ont dégagé des potentialités des logiciels de géométrie dynamique à favoriser la distinction dessin/figure et la conceptualisation des propriétés géométriques : l'augmentation du champ d'expérimentation favorisant la conjecture et la validation instrumentée, le développement de la distinction entre les relations spatiales et géométriques, l'identification du géométrique à partir des invariants des relations spatiales lors du déplacement de points libres, la mise en évidence des liens de nécessité entre objets et relations (par exemple, si un quadrilatère a trois angles droits, le quatrième est droit). Les logiciels de géométrie dynamique facilitent aussi la différenciation entre un objet et ses représentations, tant au niveau graphique que discursif (désignation du nom des objets géométriques et de relations, programme de construction). Ces potentialités sont des leviers pour engager les élèves à distinguer les objets concrets (dessins, usage d'instruments) ou théoriques (figure et propriétés géométriques) et les modes de validation d'ordre perceptif ou théorique.

Nous définissons maintenant quelles sont les contraintes et les conditions d'intégration des logiciels de géométrie dynamique GeoplanW ou Cabri en cycle 3 de l'école élémentaire.

- *Du côté institutionnel en lien avec l'approche anthropologique*

L'intégration des logiciels de géométrie dynamique remet en cause l'équilibre des tâches et des techniques établi dans un environnement papier-crayon avec les instruments habituels (règle, équerre, compas) et oblige à concevoir de nouvelles praxéologies adaptées à un enseignement intégrant ces logiciels. Les potentialités des logiciels de géométrie dynamique constituent des leviers pour construire des tâches qui permettent de développer des techniques instrumentées nouvelles ayant un fort potentiel, tant en ce qui concerne leur valeur pragmatique qu'épistémique. En voici un exemple, à partir de la tâche suivante :

	La figure est-elle un rectangle ? .... La construction est-elle correcte ? .... Pourquoi ? ....
	La figure est-elle un rectangle ? .... La construction est-elle correcte ? Pourquoi ? ....

Lorsque vous avez terminé, ouvrez le fichier oui.g2w. Vous trouvez une figure. Dîtes pourquoi vous êtes sûr que c'est un rectangle ?

Figure 1 : Exemple de tâche dans l'environnement logiciel (Grugeon 2004)

Ici, la tâche est constituée de figures logicielles (Geoplanw) préalablement construites par des élèves et de questions. Elle n'est pas viable dans l'environnement papier/crayon. Les deux fichiers s'ouvrent sur des « rectangles » qu'il s'agit de déformer, l'un étant construit à partir des propriétés géométriques, l'autre non. Les objectifs de la tâche proposée sont à la fois de nature instrumentale et mathématique. Sur le plan instrumental, il s'agit de travailler la distinction entre les propriétés spatiales et les propriétés géométriques (un « dessin rectangle » GeoplanW peut se déformer en un dessin non-rectangle s'il n'a pas été construit à partir des propriétés géométriques d'un rectangle), la permanence de propriétés géométriques par déformation d'une figure. Sur le plan mathématique, cette tâche est l'occasion de travailler la distinction figure/dessin ainsi que les propriétés d'un rectangle. Cette tâche permet de développer deux techniques instrumentées : déplacer un point libre pour vérifier l'invariance des propriétés d'une figure, associer l'existence d'une relation géométrique entre deux objets à une commande logicielle et le vérifier *via* le programme de construction de la figure. Ces deux techniques entrelacent les connaissances instrumentales et mathématiques.

De plus les praxéologies locales construites doivent organiser l'imbrication des tâches et des techniques dans les environnements papier/crayon et logiciel de manière à ce que ces dernières soient insérées dans les processus d'enseignement habituel papier / crayon (Cf. paragraphe B.3).

- *Du côté instrumental en lien avec l'approche ergonomique*

Les résultats des recherches (Artigue 2002, Grugeon et Lagrange 2008) prenant en compte l'approche ergonomique ont montré la nécessité d'organiser le processus de genèse instrumentale. Dans le cas de l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri en cycle 3, le processus de genèse instrumentale vise à développer les connaissances instrumentales associées à l'instrument pour permettre aux élèves d'utiliser le plus rapidement possible ce logiciel comme instrument du travail géométrique. Les connaissances instrumentales sont liées au logiciel mis en jeu, mais sont structurées selon les mêmes principes à faire appliquer par les élèves (Grugeon 1999, Assude et Grugeon 2002) :
- la nécessité d'expliciter et de sélectionner les arguments nécessaires à la construction des objets géométriques, en lien avec l'interface du logiciel utilisé,
- la mobilisation des trois types de points pour élaborer des constructions,
- l'interprétation des rétroactions logicielles (en liaison avec chaque logiciel),
- la mobilisation du déplacement pour vérifier la validité d'une construction[13].

L'enseignant a la charge d'organiser le rapport entre les connaissances instrumentales et les connaissances mathématiques pour permettre aux élèves d'entrer dans le travail géométrique.

Pour faciliter l'opérationnalité des connaissances instrumentales en lien étroit avec les connaissances géométriques et permettre rapidement aux élèves l'usage économique des techniques instrumentées en articulation avec celles dans l'environnement papier/crayon, les recherches ont mis en évidence deux évolutions cruciales au niveau de la gestion didactique de la classe : mettre en place des règles nouvelles du contrat didactique, donner une place importante à l'institutionnalisation des connaissances instrumentales liées aux logiciels en rapport avec les connaissances mathématiques (Artigue 2002, Assude et Gelis 2002, Assude et Grugeon 2002, Assude et Grugeon 2005).

c) Une référence pour définir les contenus de formation et analyser les pratiques d'intégration

La définition des contraintes et des conditions d'intégration des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, fournit des éléments de référence pour caractériser, en termes de cohérences, les pratiques d'intégration des enseignants. Cette référence permet de

[13] On peut aussi rajouter l'usage des fonctionnalités internes (en particulier les commandes « style », « supprimer » avec GeoplanW ou « montrer/cacher » avec Cabri géomètre).

prendre en compte la complexité de l'enseignement et de l'apprentissage avec cette technologie. Le processus de genèse instrumentale, les types de tâches et techniques privilégiés par les enseignants organisent les techniques instrumentées que les élèves construisent puis mobilisent pour exécuter les tâches proposées et modèlent leur rapport conceptuel et technique aux objets géométriques et à la validation.

Nous mobilisons ce cadre théorique pour étudier les pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie plane en cycle 3. Nous mettons en évidence en quoi notre appui sur la démarche méthodologique menée préalablement dans la recherche sur les rapports personnels et institutionnels à l'algèbre a été productif.

2. Une structure d'analyse multidimensionnelle.

Nous avons fondé l'étude de l'intégration des logiciels dans l'enseignement sur une approche multidimensionnelle. Ici, nous nous appuyons sur cinq approches : épistémologique, cognitive, institutionnelle et anthropologique aussi bien qu'instrumentale. Cette analyse prend en compte la définition de conditions d'intégration des logiciels de géométrie dynamique dans l'enseignement, ici de la géométrie au cycle 3. Cette structure d'analyse multidimensionnelle vise notamment à favoriser la mise en évidence de cohérences dans les pratiques d'intégration des enseignants et à les mettre en perspective des pratiques d'intégration développées en formation. Comme pour la structure multidimensionnelle en algèbre, cet outil vise à étudier à la fois les pratiques d'intégration proposées en formation et celles développées par les formés.

Les approches théoriques choisies nous conduisent à introduire deux composantes pour caractériser et décrire les pratiques d'intégration technologique : la composante intégration instrumentale et la composante intégration praxéologique. Plusieurs critères sont associés à chaque composante.

Pour les décrire simplement[14], nous reprenons les outils développés par Assude (Assude 2005, 2006, 2007) : le degré et le mode d'intégration technologique. « Le degré d'intégration mesure l'organisation par le professeur des dimensions instrumentale et mathématique et leurs inter relations ». Un mode d'intégration caractérise une pratique d'intégration sur une période de temps donné. Assude définit d'abord le mode *d'intégration instrumentale* qui « pointe comment l'intégration instrumentale est prise en compte » à partir des indicateurs suivants : l'environnement de travail des types de tâches (papier/crayon ou logiciel) donnés aux élèves, les connaissances mathématiques et/ou instrumentales mises en jeu dans les techniques instrumentées pour les résoudre, le rapport d'entrelacement entre connaissances mathématiques et instrumentales. Le mode *d'intégration praxéologique* met en exergue comment le travail mathématique de l'élève, décrit en termes de praxéologies, est organisé à partir des indicateurs suivants : l'environnement de travail des types de tâches (papier/crayon ou logiciel) donnés aux élèves, les techniques papier/crayon ou logicielles et les relations entre ces techniques, la nature, faible ou forte, des techniques selon qu'elles mettent en jeu des techniques purement perceptives ou des techniques s'appuyant sur des justifications technologiques ou théoriques. A chaque fois, les tâches ou les techniques peuvent être anciennes ou nouvelles.

Pour situer les pratiques d'intégration, Assude (Assude 2005) distingue quatre modes d'intégration instrumentale possibles : pour des novices, l'initiation instrumentale, l'exploration instrumentale et pour les élèves ayant déjà une pratique logicielle, le renforcement instrumental et la symbiose instrumentale[15]. Elle identifie cinq modes

[14] La description n'était pas complètement aboutie en 2006.

[15] Pour les novices : - dans l'initiation instrumentale, les élèves sont initiés par des types de tâche « logiciel » et l'enseignant vise que l'élève rencontre essentiellement des connaissances instrumentales.

d'intégration praxéologique : vide (aucune tâche logicielle), minimal (tâches logicielles sans tâches papier/crayon), juxtaposé (des tâches logicielles juxtaposées avec des tâches papier/crayon sans relation entre les techniques), entrelacé (des tâches logicielles et des tâches papier/crayon, des relations entre les techniques papier/crayon et logicielle qui restent sans lien avec des justifications théoriques), maximal (tout type de tâches et de techniques entremêlées et des justifications technologiques ou théoriques qui s'appuient sur les potentialités du logiciel de géométrie dynamique).

Le degré d'intégration technologique est défini à partir des modes d'intégration instrumentale et praxéologique et des variables : dialectique ancien/nouveau, règles du contrat didactique, nombre de séances (Assude 2007) et nous y rajoutons la variable institutionnalisation des connaissances instrumentales. Quatre degrés sont définis : nul, faible, moyen et fort.

Les modes et degrés d'intégration instrumental et praxéologique permettent ainsi de caractériser les pratiques d'intégration des enseignants en termes de cohérence, de les comparer et de les mettre en perspective des pratiques d'intégration développées en formation. Comme nous l'espérions, l'exploitation qui a été faite de cette structure d'analyse multidimensionnelle a montré que la structure était adaptée à cette problématique (Grugeon 2006, Assude et al 2006, Grugeon 2008). Nous explicitons maintenant la méthodologie utilisée.

3. L'analyse multidimensionnelle : un jeu entre le grain microscopique et le grain macroscopique

Comme dans le cas de l'algèbre, nous avons été très vite sensible à la nécessité d'établir une articulation entre les différents niveaux d'analyse. Plus précisément, pour étudier les modes d'intégration instrumental et praxéologique, nous avons organisé un jeu dialectique entre l'analyse *a priori* des tâches à un niveau microscopique et leur analyse transversale à un niveau macroscopique, sur le moyen terme, par croisement des valeurs des critères selon chaque composante pour déterminer des cohérences dans les pratiques d'intégration.

Pour chaque tâche, par l'analyse *a priori*, nous affectons les valeurs des critères présentés plus haut. C'est un travail fin, fastidieux mais nécessaire pour définir les techniques instrumentées en jeu dans l'environnement papier/crayon ou logiciel, leurs relations via les connaissances instrumentales et mathématiques mises en jeu et si les techniques sont fortes ou faibles selon la mobilisation ou non d'éléments technologiques ou théoriques. Nous illustrons cette démarche par l'exemple ci dessous :

Pendant la formation continue de 2001-2002, une des séquences proposées pour étudier le travail praxéologique est celle nommée « figures OUI»[16] (Assude et Grugeon 2002). Les élèves de CM2 avaient travaillé avec le logiciel GeoplanW. Pour la tâche 1, il s'agit d'observer et d'analyser deux figures « boîte noire » OUI_i et NON_i, qui peuvent être un rectangle ou un parallélogramme. Par binôme, les élèves sont amenés à conjecturer les propriétés des quadrilatères affichés, valider leur conjecture par déplacement de point libre.

- dans l'exploration instrumentale, les élèves vont explorer le logiciel à travers des types de tâches mathématiques et les connaissances visées sont à la fois instrumentales et mathématiques.

Pour des élèves ayant déjà une pratique du logiciel, on définit aussi deux modes :

- dans le renforcement instrumental, si les élèves rencontrent des difficultés instrumentales à propos d'un type de tâche mathématique : l'enseignant va apporter des connaissances instrumentales au service des connaissances mathématiques.
- dans la symbiose instrumentale, les élèves rencontrent des types de tâches mathématiques qui leur permettent d'avancer à la fois vers des connaissances mathématiques et instrumentales car elles sont imbriquées. De plus, l'imbrication entre le travail papier crayon et logiciel est bien présente (Assude 2005).

[16] Cette séquence correspond aux séances 5 et 6 d'une séquence de 7 séances sur les quadrilatères particuliers réalisée par une enseignant-IMF dans sa classe de CM2 avec le logiciel GeoplanW.

Ensuite, pour les figures OUI_i, à partir de l'historique, les élèves peuvent vérifier, ou découvrir et analyser, leur programme de construction en lien avec les propriétés du quadrilatère. Les objectifs de la tâche sont donc d'amener les élèves à distinguer la figure de ses dessins, à établir des liens entre le programme de construction et les propriétés du quadrilatère associé, puis entre deux quadrilatères particuliers. Cette tâche est un nouveau type de tâche GeoplanW. La technique de déplacement de points libres pour étudier l'invariance des propriétés est ancienne pour les élèves lorsque cette tâche est proposée et est étroitement liée à la distinction dessin/figure (pour les figures NON_i) puis aux propriétés des quadrilatères particuliers étudiés (pour les figures OUI_i). La technique GeoplanW de vérification *via* le programme de construction est nouvelle et est fortement reliée aux propriétés d'un quadrilatère particulier.

Les tâches 2 et 3 ont pour objectif de faire construire un des quadrilatères particuliers (parallélogramme ou rectangle) étudiés avec l'aide de GeoplanW puis de faire écrire son programme de construction dans une expression papier-crayon. La tâche 2 est une tâche nouvelle GeoplanW de construction. La tâche 3 est reliée aux tâches 1 et 2 pour réinvestir cette technique nouvelle GeoplanW de construction *via* le programme de construction. C'est une technique forte[17] qui s'appuie sur les propriétés d'un quadrilatère particulier. On peut résumer cet extrait de l'analyse *a priori* par le tableau :

	GeoplanW		Papier/Crayon	
s5[18]	Ecrire les propriétés d'un quadrilatère Etablir les liens entre deux quadrilatères	TA, TPC[19] TA, TPC		
s6	Construire un quadrilatère	TPC	Ecrire un programme de construction (Construire le quadrilatère)	TPC

Tableau n°6 : Extrait de l'analyse *a priori* de la séquence « Figures OUI » (Grugeon 2004)

Ce tableau met en évidence que les tâches GeoplanW et Papier/crayon sont ici étroitement liées. À partir d'une analyse transversale sur plusieurs séances, à un niveau macroscopique, nous déterminons des cohérences dans les pratiques d'intégration du logiciel GeoplanW de cet enseignant qui mettent en évidence un degré d'intégration moyen.

4. Exploitation de la structure d'analyse multidimensionnelle

Nous avons exploité la structure d'analyse multidimensionnelle pour analyser des effets d'une formation continue[20] portant sur l'intégration des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri en cycle 3 de l'école primaire. Nous proposons deux études de cas pour illustrer l'opérationnalisation de la grille multidimensionnelle : ceux de Claire et Pauline, à partir d'expérimentations qui ont suivi la formation de 2002 à 2004. Nous mettons en évidence l'opérationnalité de cette structure d'analyse pour décrire les modes et degrés d'intégration instrumentale et praxéologique des deux enseignantes et pour les mettre en perspective des pratiques d'intégration développées en formation.

[17] Des techniques faibles sont des techniques sans justification technologique ou théorique ; des techniques fortes mobilisent une justification technologique ou théorique.
[18] 5ième séance de la séquence
[19] Les techniques faibles sont notées : TP (technique perceptive) ou TA (technique d'analyse)
Les techniques fortes sont notées : TPC (technique programme de construction), TPT (technique perceptivo-théorique)
[20] La formation continue a duré trois semaines et a regroupé des enseignants de cycle 3 en janvier-févier 2002 à l'IUFM d'Amiens.

a) Des pratiques d'intégration développées en formation

Nous précisons le choix des contenus et des scénarios didactiques réalisés dans le cas de la formation étudiée dans la recherche. Conformément à ce qui précède, il est fondé sur une approche multidimensionnelle qui vise à prendre en compte la complexité de l'intégration de logiciels de géométrie dynamique et à travailler les différents aspects des conditions et contraintes d'intégration des logiciels de géométrie dynamique GeoplanW et Cabri (Grugeon 2006).

La première dimension convoquée, la dimension *épistémologique*, a pour but de réinterroger les programmes du cycle 3 et les difficultés des élèves en pointant les différents aspects différenciateurs d'une géométrie perceptive et d'une géométrie du raisonnement. L'enjeu visé est de caractériser les différents aspects du travail géométrique, essentiellement dans des problèmes de construction, et les obstacles à ce travail.

En ce qui concerne les dimensions instrumentale et institutionnelle, deux aspects ont été spécialement travaillés : la *genèse instrumentale et le contrat didactique* d'une part, la *dialectique ancien/nouveau et le travail praxéologique* d'autre part :

- *Genèse instrumentale*

Les enseignants formés ont eu à tester puis analyser deux séances d'initiation. Ils ont ensuite eu à justifier les choix retenus[21] pour favoriser le processus de genèse instrumentale et provoquer la mise en place d'un nouveau contrat didactique au sein de la classe. Le formateur a insisté sur l'importance de l'institutionnalisation de connaissances instrumentales. Le mode d'intégration instrumentale visé en formation correspond à l'« exploration instrumentale ».

- *Travail praxéologique autour d'une séquence d'enseignement*

Les enseignants ont eu à analyser les tâches d'une séquence de sept séances, dont la séquence nommée « figures OUI » fait partie. Cette séquence a pour objectif final de construire un carré (Assude et Grugeon 2002). Trois grandes phases la structurent :

Phase 1 : Construire (t4) dans l'environnement papier crayon des quadrilatères et les classer puis construire un rectangle sans (t4) puis avec contrainte (t5) avec le logiciel.

Phase 2 : Analyser (t2) des figures logicielles pour conjecturer le lien entre les propriétés d'une figure (t7) et le programme de construction validé par l'historique (t6) puis établir les liens entre les différents quadrilatères (t7').

Phase 3 : Après avoir analysé la figure logicielle (t2), la construire (t4) avec le logiciel puis sur papier et écrire son programme de construction (t6).

Les tâches ont été conçues par les formateurs à partir des apports identifiés du logiciel GeoplanW pour développer la dialectique entre des connaissances anciennes et nouvelles, entre des connaissances mathématiques et instrumentales et pour faire évoluer des techniques de construction, de techniques faibles vers des techniques perceptivo-théoriques fortes. Le principe qui fonde le choix des tâches est qu'une connaissance doit prioritairement apparaître comme outil pour résoudre une question. Le tableau n°7 récapitule le travail praxéologique engagé.

[21] Les élèves (en individuel ou en binôme) vont rencontrer plusieurs fonctionnalités (création de points de statuts différents, de segments, de droites définies par deux points, de droites perpendiculaires ou parallèles), sans rencontrer de nouveaux objets mathématiques ; ils doivent expérimenter, observer et analyser les rétroactions logicielles, confronter leurs points de vue et écrire des remarques pendant le travail sur logiciel.

	GeoplanW		Papier-crayon (PC)	
S1			t4	TP
S2			t7	TA et TPT
S3	t4, t6	TPT, TA		
S4	t5, t6	TPT, TA		
S5	t7, t7'	TA et TPT	t6	TPC
S6	t2, t4	TA et TPT	t4, t6	TPT, TA
S7			t2, t4	TPT, TA
S8	t5	TA et TPT		

Tableau n°7 : Evolution des types de tâches et de techniques[22] dans la progression 2001-2002 (Grugeon 2006)

En résumé, les variables retenues pour bâtir la formation ont été les suivantes : les contraintes et conditions du passage d'une géométrie de l'observation à une géométrie du raisonnement, la description et l'analyse des activités des élèves à partir d'éléments de la genèse instrumentale et du contrat didactique, la description et l'analyse de l'activité des élèves visée par le type de tâches et les types de techniques, la dialectique ancien/nouveau, l'articulation papier-crayon/logiciel, le temps[23]. La formation est construite pour permettre le développement d'un mode d'intégration instrumentale *de type initiation instrumentale* et un mode d'intégration praxéologique *entrelacé* ou maximal globalement de degré moyen à fort[24].

b) Un degré faible d'intégration

Nous présentons maintenant l'évolution des pratiques d'intégration de Claire en utilisant comme précédemment les deux dimensions instrumentale et praxéologique qui structurent notre analyse. L'expérimentation a eu lieu de 2001 à 2003 : Claire a mis en place une séquence de 9 séances en 2002 et de 9 séances en 2003 dans des classes de CM2. Claire travaillait dans une école équipée d'une salle de quinze ordinateurs et a été assistée d'une aide éducatrice lors des séances informatiques en 2001-2002. Cette aide éducatrice est partie en février 2003. Claire a utilisé le logiciel GeoplanW. Précisons que Claire pouvait contacter un formateur pour lui poser des questions d'ordre matériel ou lui demander des idées de situations.

- *Genèse instrumentale*

La première année, Claire a repris les choix explicitement proposés lors de la formation en ce qui concerne le découpage et le contenu des séances d'initiation, la mise en œuvre du contrat didactique qui attribuait une place importante à l'expérimentation logicielle et à l'écrit. Elle a organisé un mode d'intégration instrumentale de type « exploration instrumentale », en proposant des tâches qui sont à la fois au service des connaissances mathématiques et instrumentales. Claire a institutionnalisé les connaissances instrumentales concernant les fonctionnalités de construction, le statut des points, les fonctionnalités « cacher, supprimer et rappel des objets construits ». En dépit des conditions mises en place, Claire a trouvé que les élèves avaient des difficultés à opérationnaliser les connaissances instrumentales.

---

[22] Les techniques faibles sont notées : TP (technique perceptive) ou TA (technique d'analyse), les techniques fortes sont notées : TPC (technique programme de construction), TPT (technique perceptivo-théorique)

[23] Dans ce chapitre, nous ne développons les variables concernant les modalités de formation pourtant essentielles pour étudier les effets de la formation sur les pratiques construites par les enseignants. Nous y reviendrons dans le chapitre 3.

[24] Nous n'avons pas présenté ici les modalités de formation qui jouent un rôle très important dans la formation. L'analyse a montré d'ailleurs les limites des choix réalisés. De plus, nous avons fixé plusieurs variables : les conditions matérielles de l'école (une salle d'informatique présente), le rapport de l'enseignant à la technologie (favorable), un contexte social d'école (favorable). Pour étudier plus finement les pratiques des enseignants d'autres éléments sont à prendre en compte dans l'analyse, ce que je montrerai dans le chapitre 3.

L'année suivante, compte tenu des difficultés instrumentales rencontrées par les élèves, Claire a modifié le mode d'intégration instrumentale et organisé une « initiation instrumentale » en découpant une séance en deux, en guidant davantage les élèves via les consignes pour travailler avant tout les connaissances instrumentales. De plus, Claire a abandonné l'institutionnalisation des connaissances instrumentales. Le mode d'intégration instrumentale est devenu davantage une initiation instrumentale.

- *Travail praxéologique autour d'une séquence d'enseignement (Cf. tableau8)*

	2001-2002				2002-2003			
	Logiciel		Pap crayon		Logiciel		Papier-crayon	
s1	t1	TI	t0	TA			t1, t3	TP, TM
s2	t1 tr. rect. isoc., t2, t3	TI, TA			t1, t2, t3 cercle	TI, TA		
s3	t1 , t5 carré	TI, TPT					t1, t3	TP, TM
s4	t5 tr. rect. isoc., t1, t2 carré	TPT, TI, TA			t3, t1, t2 cercle	TI, TA		
s5	t4 tri. rect., t1, t2	TPT, TI, TA					t1, t3	TP, TM
s6	t3 carré / losange, t2	TPT, TA	t6	TA	t1, t4, t2, t3 cercle	TI, TA, TPT		
s7	t1 étoile, t2	TI, TA			t1, t2, t3 triangles part.	TI, TA		
s8	t1carré, t2	TI, TA			t1 t2 t3 t4 sym. axiale	TI, TA, TPT		
s9	t4 deux carrés	TPT	t3	TA	t1 t2 t3 t4 quad. part.	TI, TA, TPT		

Tableau 8 : Séquences d'enseignement de Claire en 2001-2002 et 2002-2003[25] (Grugeon 2006)

En 2001-2002, Claire a conçu seule la séquence d'enseignement. Claire avait pour objectifs la construction (t4) et la reconnaissance et la description (t2, t3) d'un carré v*ia* des techniques nouvelles GeoplanW. En début de séquence (s1 et s2), elle a d'abord proposé des tâches auxiliaires de construction (t1) avec GeoplanW, guidées par les étapes du programme de construction qui privilégiaient la mobilisation de connaissances instrumentales. L'énoncé ci-dessous illustre une tâche auxiliaire de construction.

Ex 1 : Tu vas réaliser une nouvelle figure :
1. Trace un segment [AB]
2. Trace la droite (d) passant par A et perpendiculaire au segment [AB]
3. Trace un cercle c de centre A et de rayon AB.
4. Place le point D à l'intersection.
5. Comment placer le point C pour former le carré ? Explique ta démarche.

Dans les sept séances suivantes moins guidées, de s3 à s5 puis s9, les élèves devaient construire les mêmes figures avec contraintes (t5) ou sans (t4), construire une figure (t4) déjà étudiée donnée sur papier puis écrire un programme de construction (t6) dans une expression papier-crayon.

La conception des séances reposait sur le principe suivant : réinvestir un programme de construction avec le logiciel étudié dans la séance précédente dans des activités de

[25] Les types de tâches font référence aux types d'activités géométriques en cycle 3 (construire, reproduire, analyser et reconnaître, décrire, représenter)
t0 : coder une figure sur papier
t1 : exécuter un programme de construction
t2 : reconnaître une figure (triangle isocèle rectangle, triangle rectangle, carré, losange, étoile)
t3 : décrire les propriétés d'une figure
t4 : construire une figure (triangle isocèle rectangle, triangle rectangle, carré, figure complexe)
t5 : construire une figure avec contrainte (triangle isocèle rectangle, carré, rectangle)
t6 : écrire un programme de construction d'une figure
t7 : reproduire une figure

construction proches, avec le logiciel pour réinvestir les connaissances mathématiques et instrumentales. Pendant les phases de travail individuel, Claire et l'aide éducatrice ont beaucoup donné d'explications, les élèves ayant du mal à opérationnaliser les connaissances instrumentales et ont guidé fortement le travail des élèves en diminuant et éliminant souvent les difficultés d'ordre instrumental.

Claire a engagé un travail géométrique instrumenté par le logiciel GeoplanW avec une faible articulation entre les tâches papier crayon et logicielles. Claire a proposé essentiellement des tâches de construction dans le but de travailler les programmes de construction. De ce point de vue, même si Claire a réalisé onze séances, la dialectique ancien / nouveau est faible, l'enseignement est guidé, le mode d'intégration praxéologique est juxtaposé : aussi nous considérons que le degré d'intégration est faible.

En 2002-2003, à la demande de Claire, le formateur a proposé des idées d'activités pour construire des quadrilatères à partir de cercles. Claire s'est appuyée sur ces propositions et a trouvé que « cette année, la démarche a été plus réfléchie, plus élaborée, plus structurée grâce au formateur accompagnateur (...) ». Pour chaque notion, elle a conservé la même stratégie d'enseignement « construire, observer, décrire une figure puis réinvestir », mais en imbriquant davantage les environnements papier/crayon et logiciel. Le travail logiciel a permis de remplacer l'observation et la mesure avec la règle par l'étude de l'invariance des mesures *via* le logiciel et de l'invariance des propriétés par déplacement, l'invariance par déplacement devenant progressivement une nouvelle technique GeoplanW de validation des constructions mais sans être institutionnalisée. Claire a diminué les tâches de construction où les élèves pouvaient réinvestir les connaissances géométriques et instrumentales.

En conclusion, lors de la deuxième année, nous avons pu constater une évolution des pratiques d'intégration technologique de Claire. Même si son degré d'intégration technologique reste à un niveau assez faible, Claire a commencé à changer l'organisation praxéologique en augmentant l'articulation entre les tâches papier / crayon et logicielle mais les relations entre les techniques papier/crayon et logiciel sont restées majoritairement sans lien avec des justifications théoriques qui s'appuient sur des potentialités du logiciel. Nous pouvons faire l'hypothèse que les pratiques d'intégration du logiciel de géométrie dynamique GeoplanW[26] proposées en formation pouvaient être éloignées de sa conception de l'enseignement, et ce, même si elle avait une profonde volonté de changer ses pratiques et d'intégrer la technologie à son enseignement. En effet, Claire s'appuyait sur des pratiques ostensives pour développer les propriétés géométriques puis les faire appliquer aux élèves. Les situations proposées en formation visaient à introduire les propriétés des objets géométriques comme outil implicite de résolution. Cette évolution prend nécessairement du temps pour permettre un ajustement progressif entre deux conceptions éloignées de l'enseignement.

L'approche multidimensionnelle a permis de caractériser les pratiques d'intégration technologique de Claire, de mettre en évidence leur évolution sur deux ans. Mais, nous n'avons pas pu complètement analyser les contraintes qui pesaient sur ses pratiques, ni mettre en évidence de façon assez fine les effets de la formation. Nous posons la question des limites de l'outil d'analyse dans le paragraphe III.

c) *Un degré moyen d'intégration*

Pauline enseignait depuis une quinzaine d'années et était maître formateur depuis 3 ans. Elle a travaillé en collaboration avec un formateur du groupe de recherche : Pauline concevait

[26] Claire ne voulait pas se lancer avec Cabri qui lui semblait encore plus déstabilisant.

les séances qui étaient co-analysées avant et après la séance. Pauline a utilisé GeoplanW dans une classe de CM1 suivie en CM2[27].

- *Genèse instrumentale*

Pauline a organisé deux séances. La première visait à initier les élèves aux fonctionnalités du logiciel, la deuxième séance à faire réinvestir les nouvelles techniques instrumentées GeoplanW dans une activité de reproduction de figure complexe donnée sur papier. Chaque séance a été suivie d'une phase d'institutionnalisation des connaissances instrumentales. Pauline n'a pas séparé l'initiation instrumentale du travail géométrique en favorisant une alternance de phases de travail individuel puis d'échange collectif pour chercher à rendre opératoire les connaissances instrumentales. Le mode d'intégration instrumentale correspond à une « exploration instrumentale ». La deuxième année Pauline a évalué les connaissances instrumentales des élèves passés en CM2 à partir de la construction d'une figure complexe sans phase d'institutionnalisation des connaissances instrumentales.

- *Travail praxéologique autour d'une séquence d'enseignement*

En 2001-2002, pour intégrer le logiciel GeoplanW, Pauline a construit des situations, hors d'une progression en géométrie, reposant sur des problèmes de reproduction d'une figure (t7) complexe représentée par trois dessins de la figure construite avec GeoplanW.

Pauline a organisé cinq séances sur cercles, triangles et quadrilatères particuliers (Cf. tableau 9) en imbriquant des tâches papier/crayon et logicielles. Cette organisation permet d'entrelacer l'ancien et le nouveau à travers les tâches (analyser une figure donnée (t2) à partir de plusieurs représentations dans des positions différentes, analyser une figure logicielle) et les techniques imbriquant connaissances instrumentales et mathématiques. Voici un exemple de tâche s'appuyant sur la donnée d'une figure logicielle présentée à partir de trois représentations « écrans » :

> Trois écrans différents en seront donnés sur papier.
> Déroulement prévu :
> 1) Description rapide des 3 figures papier / crayon.
> *Quelles sont les figures cachées ? Hypothèses, validation par manipulation de la figure logicielle et autres hypothèses.*
> 2) Construction de la figure papier / crayon. → Écrire le programme de construction à partir de l'historique
> 3) Construction sur Géoplanw.

Pauline s'est appuyée sur les apports cruciaux du logiciel relatifs à la distinction dessin / figure pour concevoir une tâche nouvelle de construction (t4), cœur de son projet d'enseignement. Elle a utilisé les fonctionnalités du logiciel pour amener les élèves :

- à tester des conjectures sur les caractéristiques des objets et des relations des sous figures constitutives de la figure complexe, sur leurs propriétés et à les valider en manipulant la figure logicielle,
- à tester les conjectures relatives aux étapes de construction de la figure réalisée papier crayon en construisant la figure avec GeoplanW,
- à travailler la notion de programme de construction en faisant des aller - retours entre l'écriture du programme de construction, l'historique des figures et le rappel des objets construits, connaissances instrumentales de GeoplanW.

Les élèves ont donc été confrontés à des tâches mathématiques pour leur permettre d'approfondir à la fois leurs connaissances mathématiques et instrumentales, les deux

[27] Nous présentons le travail d'un des groupes de la classe : le groupe CHAM constitué de bons élèves, ayant une option musique.

composantes étant étroitement imbriquées. La conception des séances repose avant tout sur deux principes : faire émerger une connaissance en tant qu'outil pour résoudre une question, faire évoluer les techniques perceptives après disqualification des connaissances spatiales mobilisées en s'appuyant sur une articulation entre connaissances mathématiques et connaissances instrumentales. Nous retrouvons ici une cohérence avec les modes d'intégration développés en formation. Nous pouvons déjà parler d'un mode praxéologique *entrelacé*, le mode d'intégration étant *moyen* vu le nombre de séances réalisées et le fait qu'elles aient été conçues en dehors de sa progression organisée pour l'enseignement de la géométrie. En effet, Pauline affirmait avoir réalisé ces séquences en dehors de sa progression habituelle en géométrie.

2001-2002		2002-2003	
Logiciel	Papier-crayon (PC)	Logiciel	Papier-crayon (PC)
	t2, t3 TA, TP		t2, t3, t7 TA, TPT
t2 TA Tester conjecture PC		t4 TPT	
	t3, t7, t6 TPT		t7 TPT
t4 TPT		t4 TPT	

Tableau 9 : Analyse *a priori* des types de tâches et techniques en jeu dans des séances de Pauline en 2001-2002 et 2002-2003 (Grugeon 2006)

En 2002-2003, Pauline a organisé l'intégration de Geoplanw sur l'ensemble du programme de géométrie. Elle a conservé la même stratégie d'intégration que l'année précédente et a travaillé sur des figures complexes représentées par trois dessins d'une figure logicielle codées. Voici la figure complexe utilisée pour aborder l'étude de quadrilatères à partir d'un problème de reproduction :

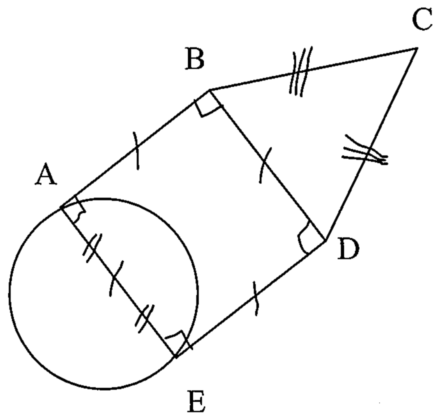


Figure 2 : Figure à reproduire.

Comme le montre le tableau n°9 ci-dessus, Pauline poursuit l'intégration sur un mode praxéologique *entrelacé*. Elle a mis en place un contrat didactique qui conduit l'élève à valider ses productions en s'appuyant sur des techniques instrumentées idoines sur logiciel mais aussi sur l'organisation de phases de formulation / validation où elle a pu davantage prendre en compte des variables spatiales (dessin à main levée des figures, orientation et codage) dans la gestion des mises en commun. Comme les élèves avaient déjà une pratique logicielle, pour économiser du temps, en liaison avec les contraintes du programme, Pauline a abandonné les tâches d'analyse de la figure logicielle « boîte noire » pour tester les conjectures concernant les relations et les propriétés des sous figures constitutives de la figure complexe.

En conclusion, dès le début de l'expérimentation, Pauline a conçu des séances en s'appuyant sur les contraintes et les conditions d'intégration technologique: imbrication des tâches papier/crayon et logicielles, dialectique ancien/nouveau tant dans les types de tâches que dans les techniques, activité mathématique des élèves en lien avec les apports du nouvel instrument. Les connaissances instrumentales devaient, pour elle, être au service des connaissances mathématiques. La deuxième année, les pratiques d'intégration sont restées assez stables mais l'évolution a porté sur l'intégration du logiciel dans la progression en géométrie, point central abordé dans la co-analyse en fin de première année. Globalement, les pratiques d'intégration de Pauline relèvent selon notre classification, d'un degré *moyen* d'intégration.

L'exploitation de la structure d'analyse multidimensionnelle construite pour identifier et comparer les pratiques d'intégration technologique d'enseignants du cycle 3 a permis de déterminer les modes d'intégration instrumentale et praxéologique et le degré d'intégration technologique de Claire et de Pauline. Nous avons pu évaluer l'évolution de leurs pratiques d'intégration et les mettre en perspective des pratiques d'intégration technologique développés en formation. La majorité des enseignants ayant pu expérimenter le logiciel Geoplanw dans leur classe en cycle 3 ont développé un degré faible d'instrumentation technologique, avec un mode d'intégration praxéologique juxtaposé progressant vers le mode entrelacé pour Claire, excepté pour Pauline. Dans le paragraphe III, nous nous interrogeons sur des raisons possibles de cette différence.

La présentation des résultats de ces deux recherches met en évidence les apports de l'approche méthodologique multidimensionnelle mais aussi ses limites. Nous les explicitons pour dégager les principales variables à prendre en compte pour faire évoluer les outils développés et transposer cette approche à d'autres contextes.

III. Un regard croisé sur deux recherches

1. Les apports d'une analyse multidimensionnelle

Les deux recherches « Apprentissage et enseignement de l'algèbre dans la transition de deux institutions » et « Etude des pratiques d'intégration des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3 » portent sur l'étude de problèmes complexes d'enseignement : d'une part, l'interprétation des difficultés des élèves dans l'apprentissage de algèbre élémentaire en fin de l'enseignement obligatoire, dans la transition entre deux institutions, la description de leurs profils en algèbre et la construction de stratégies d'enseignement adaptées aux profils des élèves en jouant sur des leviers mis en évidence dans les cohérences de fonctionnement ; d'autre part, la caractérisation de pratiques d'intégration de logiciels dans l'enseignement des mathématiques, voire leur comparaison et l'étude de leur évolution en lien avec les pratiques d'intégration technologique développées en formation.

La coordination de plusieurs approches épistémologique et cognitive d'une part, institutionnelle, anthropologique et instrumentale d'autre part, nous ont amenée à revisiter des réponses initiales relativement naïves à ces deux problèmes. La coordination de ces approches nous a permis de structurer l'usage d'outils théoriques complémentaires pour décrire différents aspects des questions étudiées dans leur complexité (Assude et Lerman 2008). Ceci nous a conduit à développer des outils méthodologiques d'analyse caractérisés par leur multidimensionnalité, qu'il s'agisse d'étudier des rapports institutionnels ou personnels à un domaine donné ou des pratiques enseignantes d'intégration technologique.

Cette approche méthodologique s'est avérée très productive tant pour construire, à un niveau scolaire donné, un modèle de la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire, un modèle des contraintes et des conditions d'intégration des logiciels de géométrie dynamique, en cycle 3 de l'école élémentaire. Ces modèles prennent en compte des éléments d'ordre épistémologique et cognitif pour prévoir des conditions d'un apprentissage adapté du savoir visé, des éléments d'ordre institutionnel et instrumental pour identifier les apports d'un nouvel instrument par rapport aux apprentissages visés et prévoir des conditions d'intégration et de viabilité en articulation avec ceux en usage dans l'enseignement habituel. Cette démarche a d'ailleurs été réinvestie par F. Praslon (Praslon 1998) pour définir une structure multidimensionnelle d'analyse afin d'étudier les micro-ruptures techniques et conceptuelles liées à la transition terminale S/ DEUG Sciences, dans le domaine de l'analyse pour la notion de dérivée et son environnement mathématique.

La structure d'analyse multidimensionnelle a permis de dégager, à un niveau scolaire donné, des cohérences de « fonctionnement » et sert d'outil pour caractériser, comparer et mettre en perspective les rapports personnels et institutionnels à l'algèbre élémentaire ou pour caractériser, comparer, étudier l'évolution des pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique. C'est un moyen pour aider à la construction de situations d'apprentissage adaptées aux profils des élèves, la recherche de situations de formation prenant en compte la difficulté de transfert des situations d'apprentissage intégrant un nouvel instrument. C'est un apport important pour permettre aux enseignants de trouver des variables de commande pour réguler voire différencier leur enseignement à partir de plusieurs entrées clairement identifiées, du côté des apprentissages en connaissant des modes de développement conceptuel, technique, selon différentes composantes du savoir, du côté des contraintes institutionnelles en connaissant les principales discontinuités à prendre en compte dans le parcours scolaire.

Cette approche permet de prendre en compte le long terme, variable cruciale pour étudier des évolutions d'apprentissage des élèves, des pratiques enseignantes, ce que nous avons essayé de faire dans nos travaux.

2. Des limites des choix méthodologiques retenus

Nous organisons cette étude en distinguant les limites liées aux outils développés et celles liées à leur exploitation. Nous indiquons des évolutions à prendre en compte. Pour ceci, nous nous appuyons sur des variables en jeu dans les recherches menées.

a) Des limites liées aux outils développés

- *Recherche « Apprentissage et enseignement de l'algèbre dans la transition de deux institutions »*

Des variables fixées :

Dans le contexte de cette recherche, nous avions construit un outil de diagnostic constitué d'un test d'évaluation et d'un modèle de profil cognitif de l'élève en algèbre élémentaire, en fin de scolarité obligatoire, dans lequel plusieurs variables avaient été fixées.

Le test d'évaluation était constitué de dix-neuf tâches diagnostiques relevant de types de tâches recouvrant les différents emplois de l'algèbre. Ce test était prévu pour être utilisable une fois dans l'année afin d'organiser un dispositif d'aide ou de différenciation mais ne prévoyait ni le suivi de l'évolution du profil de l'élève en algèbre ni la régulation de l'enseignement. La première évolution a porté sur la définition de tâches diagnostiques génériques liées à l'identification de variables didactiques.

Les tâches diagnostiques ont été définies exclusivement pour tester la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire, c'est-à-dire, dans un certain segment de scolarité. Le test n'était donc pas exploitable à d'autres niveaux scolaires. Or les catégories d'analyse identifiées pour analyser la compétence algébrique ont, nous semble-t-il, une portée générale qui permet l'adaptation à d'autres niveaux. La deuxième évolution a porté sur l'adaptation du test diagnostique à d'autres niveaux scolaires.

Une autre limite du test concernait les formes de diagnostic : le diagnostic était systématique sur l'ensemble du domaine de savoir, ce qui entraînait un temps de passation excessif. Là aussi, il nous a semblé que les catégories d'analyse identifiées pour analyser la compétence algébrique pouvaient se prêter à des formes de diagnostic plus adaptables aux pratiques d'évaluation des enseignants. La troisième évolution, encore en cours, porte sur la conception de tests adaptatifs.

La dynamique microscopique / macroscopique :

Dans la recherche *« Etude des pratiques d'intégration des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3 »*, nous avons décrit les pratiques d'intégration en termes de modes et de degré d'intégration, instrumental et praxéologique, en reprenant des notions définies par T. Assude. Dans le cadre de notre thèse, nous n'avions pas défini *a priori* de classes de profils d'élèves en algèbre à partir de catégories sur les différentes composantes. Nous avions défini un modèle de profil de l'élève, sujet individuel, basé sur trois niveaux de description. Ce modèle permet de décrire de façon assez synthétique des cohérences de fonctionnement, à partir de descripteurs de régularités caractéristiques de traits de comportement de l'élève en algèbre, composante par composante. Dans les exploitations de cette recherche qui ont suivi, le niveau de description s'est avéré avoir un grain encore trop fin pour aider efficacement l'enseignant à gérer l'évaluation et à réguler son enseignement au niveau de la classe. Les enseignants ne pouvaient pas facilement utiliser un outil de diagnostic portant uniquement sur l'élève, sujet individuel, et exprimaient le besoin de systèmes de diagnostic s'exprimant à un niveau plus collectif (Rogalski 2003). Ceci a entraîné une quatrième évolution de l'outil de diagnostic, une nouvelle présentation du profil d'élève à partir de stéréotype. Cette dynamique microscopique / macroscopique s'est avérée indispensable pour organiser des stratégies de différenciation de l'enseignement adaptés à des classes de fonctionnement en algèbre élémentaire.

L'objet du chapitre 2 est de présenter l'évolution de l'outil de diagnostic vers des outils génériques, test et modèle de l'apprenant, adaptables à des niveaux de classe, dans le cadre du projet interdisciplinaire LINGOT en EIAH.

- *Recherche « Etude des pratiques d'intégration des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3 »*

Les composantes de la structure d'analyse :

La majorité des enseignants ayant pu intégrer le logiciel Geoplanw dans leur classe en cycle 3 ont développé globalement un degré faible d'instrumentation technologique sur les deux ans, excepté Pauline enseignante IMF, ou Claire qui a fait évoluer ses pratiques même si leur degré d'intégration reste assez faible. Or les enseignants qui ont été suivis dans le cadre de la recherche étaient volontaires. Ces résultats nous ont amenée à questionner la structure d'analyse multidimensionnelle mise en place[28]. La structure est constituée de deux

[28] Le choix du logiciel de géométrie dynamique GeoplanW a aussi été questionné.

composantes : *intégration instrumentale* et *intégration praxéologique* qui s'appuient sur les approches épistémologique et cognitive, anthropologique et instrumentale. T. Assude (Assude 2007) avait ajouté trois variables, dialectique ancien / nouveau, règles du contrat et nombre de séances pour définir le degré d'intégration instrumentale. Nous avons vu que d'autres déterminants interviennent sur les pratiques d'intégration : d'une part liée à la dimension personnelle de l'enseignant (conception de l'apprentissage / enseignement, rapport aux mathématiques), d'autre part liée aux contraintes du métier d'enseignant (équipement et organisation du travail dans l'établissement, présence d'un aide éducateur) (Robert 2008). Cette structure permettait-elle suffisamment de prendre en compte la complexité des pratiques enseignantes liées aussi en partie ces composantes ? Nous faisons l'hypothèse que l'introduction de nouvelles composantes dans la structure d'analyse multidimensionnelle permettrait de prendre davantage en compte, et de caractériser en termes de cohérences, l'action didactique de l'enseignant en classe, si possible en relation avec les composantes personnelle et sociale de ses pratiques. Nous revenons sur cette question dans le cas des pratiques d'enseignants débutants dans le chapitre 3[29]. Nous proposons une évolution de la structure d'analyse multidimensionnelle concernant les dimensions d'analyse des pratiques enseignantes.

La variable dispositif de formation :

Dans le dispositif de formation analysé, la place attribuée à l'analyse réflexive de pratiques enseignantes était faible. Les formés ont pu commencer à s'approprier les logiciels, dégager leurs potentialités pour l'apprentissage de la géométrie, travailler des tâches pour comprendre la place attribuée aux connaissances instrumentales et mathématiques, leur entrelacement dans les situations d'initiation au logiciel et d'apprentissage. Ils ont observé une séance de prise en main du logiciel par un enseignant expert, puis l'ont analysé. Ils ont travaillé l'articulation entre tâches papier crayon et logicielles, tâches nouvelles/anciennes, les techniques instrumentées mises en jeu et la nature des techniques selon les justifications mobilisées. En revanche, la question de la mise en œuvre dans les classes, avec les conditions réelles du terrain, a peu été abordée[30] : les enseignants ont du construire seuls l'organisation praxéologique de(s) séquence(s) à réaliser au retour du stage, sur un thème géométrique choisi, puis d'une séance, en tenant compte des conditions matérielles dans leur classe (de un à douze ordinateurs par classe). Les conditions mises en place pour organiser l'intégration du logiciel, les situations proposées ont été analysées, des modifications ont été proposées, mais aucune expérimentation n'a pu être réalisée dans la classe des formés, ni aucune analyse sur des pratiques réelles d'enseignants non experts. L'analyse des rétroactions avec le logiciel, l'étude de la gestion des interactions prenant en compte les techniques instrumentées dans les deux environnements n'ont pas été abordées en situation d'analyse de pratiques réelles. Le manque de travail sur des pratiques d'intégration réelles peut expliquer en partie les difficultés rencontrées par Claire et ses collègues au retour dans leur classe, surtout si les situations proposées avaient été conçues avec une conception de l'apprentissage différente de la leur. Il est probable que le travail de co-analyse avec un formateur, réalisé pendant l'expérimentation, ait permis à Pauline de mieux s'approprier les conditions et les contraintes d'intégration travaillées en formation. Nous faisons l'hypothèse qu'une évolution des scénarios de formation, prenant davantage en compte les pratiques réelles, peut davantage favoriser la transposition des pratiques travaillées en formation.

La conception d'ingénierie de formation et d'accompagnement est une question majeure. Nous l'avons développée dans le contexte de la formation initiale. C'est l'objet du chapitre 3.

[29] Le contexte de la recherche ne nous a pas permis de poursuivre ce thème.

[30] Pendant une situation de formation d'une après-midi

b) Des limites liées à l'exploitation des outils d'analyse

- *Recherche « Apprentissage et enseignement de l'algèbre dans la transition de deux institutions »*

L'utilisation de la grille d'analyse multidimensionnelle pour analyser et coder les tests d'évaluation a posé de nombreuses difficultés aux enseignants pour interpréter les codes d'analyse proposés (Lenfant 2002). Comme les informaticiens avaient perçu l'intérêt de la structure d'analyse multidimensionnelle, ils ont proposé d'automatiser, au moins partiellement, l'outil de diagnostic, test d'évaluation et profil de l'apprenant.
Nous présenterons dans le chapitre 2 les résultats de ce prolongement en EIAH dans le cadre du projet LINGOT.

- *Recherche « Etude des pratiques d'intégration des logiciels de géométrie dynamique, GeoplanW ou Cabri, dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3 »*

Nous avions organisé la recherche avec des enseignants volontaires, sur le long terme. Dans ce contexte, nous n'avions pas conçu et mis en place une expérimentation permettant de recueillir les données suivantes : vidéo des séances expérimentées, recueil systématique des productions des élèves dans les séances papier/crayon ou technologique, ces conditions nous semblant trop contraignantes et irréalistes pour un suivi sur le long terme. Nous aurions pu filmer certaines séances pendant des séances ordinaires papier/crayon et pendant des séances logicielles, mais les enseignants n'ont pas accepté. Nous avons donc étudié les pratiques d'intégration en nous appuyant sur les documents de préparation des enseignants, sur les notes d'observations de classe, quelques productions d'élèves. Ces données analysées nous ont permis de définir les modes d'intégration instrumentale et praxéologique. Mais ces données sont à affiner pour étudier la gestion des interactions en classe, l'organisation du milieu et définir plus finement ce qui relève du contrat didactique.

Nous avons pris en compte cette évolution dans la méthodologie utilisée pour étudier les pratiques enseignantes. Nous le développerons dans le chapitre 3.

3. Perspectives

Ce regard croisé sur les recherches a permis de dégager de nouvelles perspectives de recherche que nous avons développées dans deux projets.

Le premier projet concerne l'exploitation du modèle multidimensionnel de la compétence algébrique pour la conception de modélisations didactiques supportant la conception d'environnements informatiques. Nous avons ainsi développé une collaboration nouvelle pour articuler des résultats de recherche en didactique des mathématiques et en informatique dans le cadre de recherche pluridisciplinaire en EIAH à travers le projet LINGOT. Nous présentons dans le chapitre 2 l'évolution des outils initialement construits tant en ce qui concerne la modélisation des outils de diagnostic, tâches diagnostiques et modèle de l'apprenant, que la modélisation de familles paramétrées de situations d'apprentissage ou de remédiation, en repoussant les limites analysées plus haut.

Le deuxième projet concerne la formation initiale des enseignants débutants. Nous avons cherché à définir une structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes qui prenne davantage en compte leur complexité et les contraintes du métier. Nous présentons la méthodologie adoptée dans le chapitre 3 puis nous l'illustrons par deux opérationnalisations : la mise en évidence de variables pour bâtir des dispositifs de formation initiale et l'étude de l'évolution des pratiques d'enseignants débutants en lien avec la formation suivie.

CHAPITRE 2

DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES À LA CONCEPTION DE MODÈLES INFORMATIQUES

I. Introduction

II. Un historique du projet LINGOT

A. Les fondements théoriques du projet

1. Les fondements didactiques

a) Un modèle de la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire

b) Un outil de diagnostic papier-crayon

2. Les fondements informatiques

B. Le projet PÉPITE

1. Le prototype Pépite

2. Des retours d'usage

3. De nouvelles questions

a) Un logiciel adaptable à différents scénarios d'utilisation

b) Exploitation du diagnostic pour réguler les apprentissages

4. Des questions de recherche posées à la didactique des mathématiques

a) Questions sur la conception des EIAH et leur mise en œuvre informatique

b) Questions sur l'utilisation par des enseignants des EIAH réifiant ces modèles

C. Le projet LINGOT

1. Les objectifs du projet LINGOT

2. Les deux principaux axes de travail

a) L'axe diagnostic

b) L'axe apprentissage

3. Les résultats de la coopération didactique et informatique dans le cadre du projet pluridisciplinaire LINGOT

III. Une modélisation didactique pour adapter l'évaluation à différents niveaux scolaires

A. De la prise en compte des organisations mathématiques du domaine algébrique dans les programmes

B. Une modélisation didactique du test d'évaluation à différents niveaux scolaires

C. De la modélisation didactique à la modélisation informatique : PépiGen et Pépinière (Prévit 2008)

IV. Des profils cognitifs individuels aux stéréotypes pour une exploitation du diagnostic en classe

A. Profil cognitif d'élève en algèbre élémentaire

B. Identification des stéréotypes : un fondement didactique orienté par le calcul

1. La méthodologie utilisée

a) Utilisation d'un ensemble de protocoles disponibles

b) Trois analyses indépendantes

2. Une synthèse : le modèle de stéréotype

3. Stéréotype : un outil conceptuel au service de la différenciation

a) Des situations d'apprentissage différentes

b) Des rétroactions adaptées aux stéréotypes

4. Un développement en EIAH : le logiciel PépiStéréo (Delozanne, Grugeon et al 2005, Vincent et al 2005a, b)

a) Restructuration des profils de Pépite

b) Géographie cognitive de la classe

C. Une adaptation du modèle de stéréotype à d'autres niveaux scolaires (Chenevotot et Grugeon-Allys 2008)

1. Étendre le diagnostic à d'autres niveaux scolaires

2. Une validation de l'adaptation des stéréotypes : géographie cognitive de deux classes de $5^{\text{ième}}$

V. Une modélisation de familles de situations d'interactions (Grugeon, Coulange et al 2003)

A. Articuler deux points de vue en didactique des mathématiques et en EIAH

1. Situation d'interaction – famille de situations d'interactions en EIAH

2. Des familles de situations d'interactions dans le domaine de l'algèbre élémentaire

3. Une modélisation pour deux objectifs d'apprentissage

B. Des environnements logiciels d'apprentissage (Grugeon, Coulange et al 2003, Delozanne, Delozanne, Grugeon et al 2005)

VI. Conclusion

A. Retour sur les questions de recherche

B. Des perspectives de recherche : l'instrumentation du côté de l'enseignant et des élèves

Introduction

L'enjeu de ce chapitre est de questionner l'apport de la didactique des mathématiques à la conception de modélisations didactiques supportant celle d'environnements informatiques d'apprentissage humain. Notre réflexion s'appuie sur la recherche qui s'est développée dans le cadre des projets PEPITE et LINGOT. Ces projets de recherche pluridisciplinaire en EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain s'appuient sur le modèle de compétence algébrique que nous avions élaboré dans le cadre de notre thèse. Cette recherche est donc au croisement entre les recherches en didactique des mathématiques et les recherches en IHM (Interaction Homme Machine).

Nous voulons montrer l'intérêt de modèles didactiques pour définir des modélisations informatiques et réciproquement en quoi la démarche itérative de conception en EIAH et les expérimentations en classe ont renvoyé des questions à la didactique des mathématiques. Nous voulons dégager des résultats de ces apports réciproques, tant en ce qui concerne la modélisation du diagnostic (tâches diagnostiques et modèle de l'apprenant) que celle de familles paramétrées de situations d'apprentissage.

Dès le début des années 1990, le projet PÉPITE reposait sur une première hypothèse : une automatisation partielle de l'outil de diagnostic papier-crayon élaboré dans le cadre de notre thèse (Grugeon 1995) est possible. Le débat entre les didacticiens et les informaticiens portait alors sur :

- La réduction éventuelle du spectre de réponses induite par l'usage d'un logiciel et la représentativité du spectre des observables recueillis par rapport aux connaissances des élèves ;
- La possibilité d'analyser automatiquement des expressions algébriques libres des élèves (en particulier sur l'exercice du prestidigitateur que nous présentons par la suite).

Ce projet a scellé une collaboration entre des laboratoires universitaires d'informatique : LIUM[1] puis LIP6[2] et de didactique des mathématiques (DIDIREM). La thèse de Jean (Jean 2000) et les DEA de Provost (1999) et Prévit (2002) ont été consacrés à explorer cette hypothèse. Notre travail de thèse ouvrait aussi des questions portant sur la définition de stratégies d'enseignement associées aux profils cognitifs diagnostiqués. Là encore, il nous semblait qu'il était possible de définir des environnements informatiques pour instrumenter ces stratégies. Ces deux hypothèses fondent le projet LINGOT développé dans le cadre du projet Cognitique (Delozanne, Grugeon et al 2005) qui se poursuit encore : la thèse de Prévit soutenue en juin 2008 en est le dernier résultat (Previt et al 2008, Previt 2008). L'objectif du projet LINGOT est de « créer des assistants informatiques pour l'enseignement et l'apprentissage qui ne soient pas fondés exclusivement sur des fonctionnalités proposées mais fondés :

- d'une part, sur des recherches menées dans divers domaines pour concevoir des situations d'apprentissage qu'ils rendent possibles ;
- d'autre part, sur des modélisations informatiques qui permettent la réalisation de prototypes que l'on peut tester d'abord en laboratoire puis dans des conditions " écologiquement valides ". Réciproquement, ces environnements informatiques permettent de valider, tester, discuter, compléter, systématiser ou infléchir les études de départ, en particulier les études didactiques. » (Grugeon et Delozanne 2004)

[1] LIUM : Laboratoire informatique de l'Université du Maine dirigé dans les années 1990 par Martial Vivet.
[2] LIP6 : Laboratoire d'Informatique de l'Université Paris VI.

Le projet Lingot a permis de consolider des synergies déjà productives entre les laboratoires universitaires d'informatique et de didactique concernés, en association avec des équipes d'enseignants et de formateurs d'enseignants (IUFM de Créteil et IUFM d'Amiens) mais aussi de les étendre à une équipe d'ergonomie cognitive (EC&AF) et à une linguiste Sylvie Normand. Cette collaboration entre plusieurs domaines de recherche : la didactique des mathématiques, la psychologie et l'ergonomie cognitive, l'Interaction Humains Machines (IHM) et l'Intelligence Artificielle (IA) en articulation avec les Environnements informatiques d'apprentissage humain (EIAH) est indispensable à l'approche pluridisciplinaire et s'est avérée très productive.

Cette recherche tient beaucoup à Elisabeth Delozanne, chercheur au LIUM puis au LIP6[3], qui, dès le début et malgré les réticences des didacticiens, a cru en l'avenir de ce projet et a défendu le rôle essentiel de la recherche pluridisciplinaire en EIAH pour permettre la poursuite et les avancées importantes du projet LINGOT. Ce projet reste un exemple de longévité et de réussite.

Nous proposons d'abord un historique synthétique du projet LINGOT, en précisant ses fondements et les principaux résultats d'expérimentation obtenus à partir du premier prototype Pépite. Nous présentons les questions posées à la recherche en didactique des mathématiques autour de la conception des EIAH et de leur mise en œuvre informatique ou de leur utilisation en classe par des enseignants. C'est l'objet du paragraphe I (Delozanne, Grugeon et al 2005).

Dans le paragraphe II, nous abordons ensuite les questions concernant la modélisation didactique du diagnostic du côté de la conception des tâches diagnostiques. Nous étudions les questions posées à la didactique des mathématiques par l'adaptation du diagnostic à d'autres niveaux scolaires. Nous présentons un modèle didactique de tâches diagnostiques adaptées à différents niveaux (Chenevotot-Quentin, Grugeon-Allys et Delozanne 2008). Nous étudions les liens entre le travail didactique théorique et la conception du modèle conceptuel informatique des exercices (Prévit 2008).

Dans le paragraphe III, nous questionnons d'abord le modèle didactique initial de profil cognitif de l'élève en algèbre élémentaire à partir des résultats des expérimentations. Nous proposons le modèle de stéréotype pour permettre une exploitation du diagnostic au niveau de la classe (Delozanne, Grugeon et al 2005). Nous abordons ensuite la question de l'adaptation du modèle de stéréotype à d'autres niveaux scolaires et celle de la robustesse du modèle initial. Nous revenons sur les choix méthodologiques pour définir le modèle de stéréotype : démarche expérimentale ou démarche *a priori,* choix privilégié dans les autres recherches.

Dans le paragraphe IV, nous faisons la synthèse du travail de recherche mené sur une modélisation de familles paramétrées de situations d'apprentissage (Grugeon et Coulange 2003). Nous étudions des perspectives de cette recherche dans un contexte de différenciation.

Pour conclure, nous revenons sur les questions de recherche posées à la didactique, tant du côté de la conception des EIAH que du côté de l'instrumentation du logiciel Pépite pour les enseignants et pour les élèves. Nous proposons également des perspectives de recherche.

[3] Après avoir fait partie du LIUM sous la direction de Martial Vivet, E. Delozanne a été nommée à l'IUFM de Créteil et a développée une collaboration étroite avec des formateurs et des enseignants pour développer les expérimentations d'usage du prototype Pépite. E. Delozanne a ensuite rejoint le laboratoire à l'université Paris 5 avant d'être nommé à l'Université Paris VI où elle travaille dans l'équipe de Jean Marc Labat.

I. Un historique du projet LINGOT (Grugeon et Delozanne 2003)

Nous présentons dans cette partie un historique synthétique du projet pluridisciplinaire LINGOT, les fondements du projet, les principaux résultats d'expérimentation à partir du premier prototype Pépite et les axes de recherche retenus.

A. *Les fondements théoriques du projet*

Ces fondements sont à la fois didactiques et informatiques et nous les précisons successivement.

1. Les fondements didactiques

a) Un modèle de la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire

Ce projet s'appuie sur le modèle multidimensionnel de la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire (Grugeon 1997) qui a été présenté dans le chapitre I. Nous rappelons que ce modèle repose sur une transposition didactique de l'algèbre élémentaire. Ce champ conceptuel, qui ne saurait réduire l'algèbre à un jeu formel d'écritures, est approché à la fois :

- dans sa dimension *objet*, avec les objets de l'algèbre, incluant les expressions, les formules, les équations et les systèmes de représentation associés à ces objets ; le système de représentation symbolique algébrique s'articule avec d'autres systèmes de représentation en particulier les registres du langage naturel, des écritures numériques, des figures, des représentations graphiques
- et dans sa dimension *outil*, par les diverses fonctionnalités selon les champs de problèmes abordés, en particulier,
  - o comme outil de résolution de problèmes via leur modélisation : des problèmes arithmétiques formulés en langue naturelle modélisés sous forme d'équations et inéquations mais au-delà des problèmes intra ou extra mathématiques modélisés sous forme de relations fonctionnelles entre données et variables,

  mais aussi,
  - o comme outil de généralisation et de preuve dans les cadres numérique et géométrique
  - o comme outil de transformation dans les cadres algébrique et fonctionnel.

Cette approche permet ainsi de caractériser les types de problèmes du champ conceptuel de l'algèbre, les objets mis en jeu dans leur résolution (lettres : variables, inconnues, indéterminées, expressions algébriques, formules, équations, identités) et leurs propriétés en prenant en compte le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques, les représentations associées en lien avec les différents registres de représentations du domaine algébrique. Cette étude pointe des ruptures potentielles en jeu lors de l'entrée dans la pensée algébrique, tant du point de vue de la construction de la rationalité mathématique à travers la résolution de problèmes (passage de la preuve pragmatique à la preuve mathématique, mobilisation des lettres pour modéliser des relations entre les objets d'un système intra ou extra mathématique) que du point de vue de la capacité à développer une adaptabilité dans l'interprétation des expressions mises en jeu dans les usages visés.

Une structure d'analyse multidimensionnelle de la compétence algébrique structurée à partir des différents aspects de la compétence algébrique permet d'étudier les rapports institutionnels et personnels à l'algèbre élémentaire. Cette structure est organisée autour des composantes suivantes : la mobilisation des lettres de façon adaptée à la résolution d'un type de problème du champ de l'algèbre en lien avec le rapport arithmétique / algèbre et le niveau de rationalité algébrique, la flexibilité dans l'articulation entre les différents registres de représentation, le niveau d'adaptabilité et de technique dans le calcul algébrique.

b) Un outil de diagnostic papier-crayon

Nous avons exploité ce modèle en concevant un outil de diagnostic papier-crayon pour situer les compétences des élèves en algèbre élémentaire. Il avait été conçu en 1995 pour définir une stratégie d'enseignement pour négocier le passage d'élèves issus de la « filière tertiaire de lycée professionnel » dans la « filière tertiaire de lycée général ». Nous l'avons adapté à l'entrée en classe de seconde pour permettre l'organisation de modules : l'enjeu était d'organiser la différenciation de l'enseignement à l'entrée en seconde pour prendre en compte l'hétérogénéité des connaissances et des fonctionnements des élèves en algèbre. Nous avons construit un test constitué de vingt tâches diagnostiques recouvrant les différents types de problèmes du domaine algébrique regroupés en trois classes de tâches, choisies parmi les types de tâches du programme de fin de seconde. Nous avons associé à chaque tâche une grille descriptive et une grille d'analyse des productions d'élèves s'appuyant sur le modèle multidimensionnel de la compétence algébrique.

Nous réalisons une analyse transversale sur l'ensemble des tâches, composante par composante pour dégager des cohérences de fonctionnement en algèbre. Nous avons déjà expliqué, dans le chapitre I, la nécessité de passer d'un niveau microscopique trop complexe à un niveau macroscopique pour dresser le profil cognitif de l'élève en algèbre. Trois niveaux de description permettent de décrire les principaux traits de fonctionnement des élèves en algèbre à travers leur profil cognitif : le premier niveau résume les compétences algébriques en termes de réussite/échec par rapport à un niveau attendu ; le deuxième pointe les cohérences de fonctionnement selon l'usage des lettres, le calcul algébrique, la traduction, les types de justification ; le troisième décrit la flexibilité dans l'articulation entre registres de représentation.

Les informaticiens ont perçu l'intérêt de ces résultats du point de vue de l'EIAH, pour un travail de modélisation informatique. En effet, contrairement à des modèles trop « discursifs » issus des sciences humaines, ce travail de modélisation en didactique des mathématiques présentait des descriptions ayant un niveau de structuration qui les rendait exploitables à leurs yeux.

2. Les fondements informatiques

Au niveau informatique, ce projet se situe dans les problématiques de conception d'environnements d'apprentissage avec les logiques d'usage développées au LIUM (Vivet et al. 1994, Bruillard et al. 2000). Il mobilise des méthodologies issues de la didactique des mathématiques (Artigue 1988) et du domaine de l'Interaction Humains – Machines.

Les principaux résultats utilisés sont ceux centrés sur le rapport entre les outils logiciels proposés et les connaissances construites par les élèves (Bruillard et al. 2000). Il s'agit de s'appuyer sur un système de spécifications des situations d'apprentissage relié à des processus d'évaluation précoces des environnements ainsi conçus. La conception de situations d'interaction, développée par Delozanne (Delozanne 1994), fait apparaître trois éléments importants : la donnée d'un objectif d'apprentissage appuyé sur une analyse cognitive, épistémologique et didactique explicitant un problème d'enseignement (connaissance(s) en jeu, public cible, enseignement usuel, difficultés des élèves), la donnée d'une tâche, la spécification du contexte d'usage (dispositif d'enseignement, ressources humaines et matérielles, objectifs des séances, mode d'utilisation, mode de communication et type de suivi). Delozanne et son équipe reprennent les cinq principes de la conception centrée utilisateur pour développer la conception et le développement des prototypes :

- Partir d'un problème d'enseignement et, si possible, d'une analyse didactique,
- Travailler au sein d'une équipe composée d'informaticiens, de didacticiens et d'enseignants et ce, dès les premières phases de conception du projet,
- Utiliser le modèle de situation d'interaction et construire des maquettes pour aider à établir les spécifications du système à construire,
- Evaluer ces maquettes le plus tôt possible auprès des deux catégories d'utilisateurs : enseignants et étudiants ou élèves en laboratoire et sur le terrain,
- Centrer la conception sur les interactions apprenant – système (ou sur les interactions médiées par le système, des apprenants entre eux et avec l'enseignant) et les spécifier en fonction des objectifs d'apprentissage pour l'apprenant et de la situation d'apprentissage.

Ces précisions étant apportées, nous décrivons maintenant comment ces deux points de vue sur la modélisation ont permis le développement des projets PÉPITE et LINGOT.

B. Le projet PÉPITE

Comme l'usage de l'outil de diagnostic papier-crayon initial s'était révélé beaucoup trop complexe pour une exploitation auprès d'enseignants (Lenfant 1997), E. Delozanne et son équipe ont développé une recherche pour l'automatiser (test et profil de l'élève). Ce fut l'enjeu du projet PÉPITE (Jean et al 2000). Ce travail a montré (Jean et al. 1997, 1999) qu'il est possible :

- à l'aide d'un ordinateur de collecter des données sur les compétences des élèves et de construire les profils cognitifs des élèves ;
- d'automatiser au moins partiellement ce diagnostic ;
- d'utiliser les profils cognitifs élaborés pour aider les enseignants à prendre des décisions pour réguler l'apprentissage de leurs élèves.

1. Le prototype Pépite

Pépite est un logiciel disponible gratuitement (http://Pépite.univ-lemans.fr). La première version a été réalisée en Delphi par Jean (Jean 2000, Jean-Daubias 2002). Le logiciel Pépite est constitué de trois modules : PépiTest, module destiné aux élèves, propose 22 exercices transposant ceux de l'outil diagnostic papier-crayon ; PépiDiag, module d'analyse des réponses, interprète les réponses des élèves à chaque exercice de PépiTest en appliquant des heuristiques dérivées de la grille d'analyse et construit une matrice de diagnostic ; PépiProfil, module destiné aux enseignants, établit le profil de l'élève selon trois niveaux de description par une analyse transversale de la matrice et le présente au professeur[4] (Grugeon 1997). La figure ci-dessous présente les modules de Pépite : une présentation plus détaillée est réalisée dans Jean (Jean 2000), Grugeon et Delozanne (Grugeon et Delozanne 2003).

Cette version de PÉPITE visait à construire le profil cognitif en algèbre d'un élève à la fin de la scolarité obligatoire (niveau fin de 3ème / début de 2nde). Les tâches diagnostiques choisies sont obtenues en croisant à la fois les différents aspects du modèle de la compétence algébrique pris comme référence et les programmes pour le niveau considéré. Ces tâches recouvrent les différents problèmes du domaine algébrique. Ce sont les problèmes pour généraliser (un item), modéliser (7 items), prouver (3 items) ou mettre en équation (2 items) dans différents cadres (numérique, algébrique, géométrique) mais aussi des exercices

[4] PepiProf fournit également un module pour modifier le codage des réponses de l'élève (i.e.. pour modifier la matrice de diagnostic sans qu'elle apparaisse sous cette forme à l'enseignant) afin de permettre à l'enseignant de vérifier le codage effectué par le logiciel et de le corriger ou le compléter, si nécessaire.

techniques de calcul (8 items) ou de reconnaissance (6 items) impliquant différents types de tâche des programmes de collège et de seconde (produire des expressions ou des formules, mettre en équation, prouver des propriétés, calculer la valeur d'expressions, développer, factoriser des expressions, résoudre des équations). Les objets algébriques concernés correspondent à ceux travaillés en fin de troisième.

Les énoncés sont figés. La majorité des items présentés par PépiTest sont des questions à choix multiples. Quelques tâches, dont celle du prestidigitateur, proposent cependant des questions ouvertes : PépiDiag ne pouvait pas analyser les réponses à ces questions, ce qui conduisait à une automatisation seulement partielle de la construction des profils d'élèves en algèbre élémentaire par le logiciel Pépite. Les professeurs pouvaient compléter le diagnostic à partir de l'interface PépiProfil.

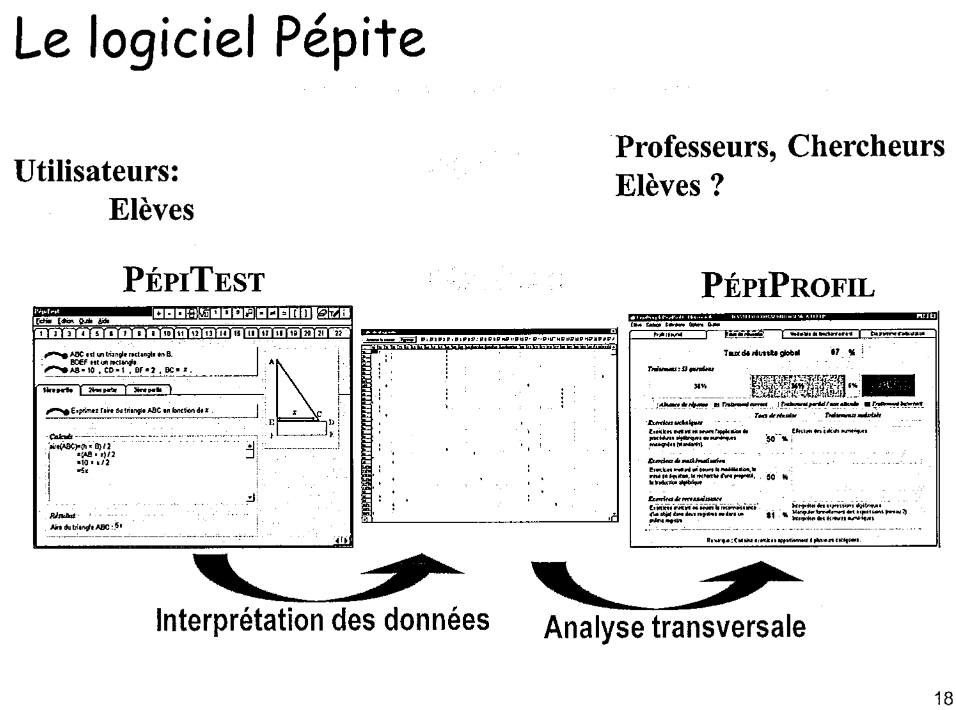


Figure 3 : Les modules du logiciel Pépite (Jean 2000)

2. Des retours d'usage

Des expérimentations diverses ont permis d'observer l'usage de Pépite dans différents contextes (Delozanne et al. 2002, Grugeon, Coulange et al. 2003).

- Du côté de la faisabilité du projet en ce qui concerne le recueil des données sur l'élève, les expérimentations ont montré que l'usage de PépiTest permettait d'obtenir le spectre de réponses prévues par l'analyse didactique *a priori* et l'identification de cohérences de fonctionnement des élèves comparables à celles identifiées avec l'outil papier-crayon, et ceci malgré les difficultés rencontrées par les élèves pour écrire les expressions algébriques « linéaires » avec clavier-souris.
- Du côté du diagnostic, les expérimentations ont mis en évidence que le module PépiDiag ne permettait pas un diagnostic complètement automatique fiable, mais était un support efficace pour un diagnostic assisté. PépiProfil permettait en effet d'assister l'enseignant dans deux types de tâches : l'analyse des réponses des élèves au test (le codage), voire la modification des codages automatiquement fournis, et l'étude des profils des élèves.
- Du côté de l'usage en classe, les enseignants ont relevé des points positifs du logiciel : il permettait de tester un large éventail d'exercices à partir d'une interface soignée et esthétique,

de révéler des compétences et des difficultés en algèbre que les enseignants n'avaient pas remarquées chez des élèves. Au-delà des problèmes d'utilisabilité anticipés (saisie des expressions), ils ont mis en évidence des points négatifs et ont proposé des suggestions, supports de nouvelles questions. Du côté du test, les enseignants ont noté un coût excessif en termes de temps de passage et le besoin d'une adaptabilité du nombre d'exercices. Ils ont regretté sa spécification au niveau d'entrée en seconde et ont noté le besoin d'une adaptation à d'autres niveaux scolaires. Ils ont pointé la forme figée des énoncés et ont insisté sur le besoin d'énoncés paramétrables pour pouvoir exploiter le test plusieurs fois avec les mêmes élèves. Ils ont indiqué aussi le besoin d'un bilan de compétences à destination des élèves et non seulement du professeur. Ils ont demandé des propositions de stratégies d'enseignement pour faire évoluer les compétences des élèves ou pour remédier aux difficultés diagnostiquées.

- Du côté de l'usage du diagnostic par des experts, l'analyse de leurs pratiques a montré qu'ils procédaient à un « diagnostic adaptatif ».

3. De nouvelles questions

Les résultats de ces expérimentations ont amené à poser de nouvelles questions et à travailler sur deux axes : la conception d'un logiciel adaptable à différents scénarios d'utilisation, l'instrumentation d'un tel outil de diagnostic dans la classe. Nous précisons ces questions ci-après.

a) Un logiciel adaptable à différents scénarios d'utilisation

- *Un diagnostic à chaque niveau scolaire*

Les limitations du prototype viennent de ce qu'il était prédéfini et spécifique à un niveau d'étude (fin de collège). Il s'agit de définir et de caractériser des batteries de tests à différents niveaux scolaires. Comment adapter le diagnostic à différents niveaux scolaires ? À partir d'un modèle de compétences en algèbre adapté à chaque niveau scolaire ? Comment adapter le nombre de tâches d'un test à chaque niveau scolaire ? Est-il possible de définir des modèles de tâches à partir desquels les enseignants pourraient construire leurs propres tests ? A partir de quels paramètres ?

- *Un diagnostic assisté ou automatique*

Le diagnostic dans la première version de PÉPITE était partiel et non complètement fiable, aussi l'enseignant devait-il compléter et vérifier le diagnostic. Or, les enseignants sont demandeurs d'un diagnostic automatique pour évaluer les compétences de leurs élèves afin de faciliter la régulation de leur enseignement en fonction des apprentissages des élèves. Dans la première version de Pépite, certaines réponses n'étaient pas évaluées. Les méthodes linguistiques ou statistiques peuvent-elles aider à améliorer et fiabiliser le diagnostic sur les réponses ouvertes, en particulier quand les réponses sont en langue naturelle ?

- *Test systématique ou adaptatif*

Dans la première version de Pépite, le test prévu pour évaluer la compétence algébrique sur le domaine algébrique à l'entrée en seconde était un test systématique. Ce test était coûteux en termes de temps, compte tenu d'une évaluation sur l'ensemble des tâches diagnostiques du domaine algébrique. Un diagnostic adaptatif à partir d'un nombre limité d'exercices (i.e. qui propose des exercices différents selon les réponses des élèves) ne permettrait-il pas d'établir un diagnostic rapide à confirmer sur d'autres exercices ? Mais alors quelle tâche diagnostique proposer en premier ? Y aurait-il des tâches particulièrement prédictives ? Sur quels critères les choisir ?

A partir de la même analyse didactique, nous avons observé qu'il y a plusieurs stratégies pour diagnostiquer liées à l'utilisation souhaitée du diagnostic. Est-il nécessaire de concevoir un logiciel spécifique pour instrumenter chaque classe d'utilisation diagnostique ? Le modèle de compétence algébrique est-il assez robuste pour servir de fondement à tous ces logiciels ?

b) Exploitation du diagnostic pour réguler les apprentissages

Le résultat du diagnostic renvoyé aux enseignants correspond à la description du profil cognitif de l'élève en algèbre selon les trois niveaux de description présentés plus haut. Le modèle prévoyait donc une description du profil cognitif de chaque élève et non une géographie cognitive de la classe qui semblerait plus opérationnelle pour les enseignants. De plus, le logiciel ne présentait pas de stratégies d'enseignement et d'activités adaptées aux profils pour les faire évoluer, ce dont les enseignants exprimaient le besoin. Est-il possible de définir des profils-types qui donnent un moyen d'associer des stratégies d'apprentissage de l'algèbre à chacun d'eux au niveau de la classe ? Ces profils peuvent-ils être présentés de façon compréhensible aux enseignants, voire aux élèves ? Comment déterminer les stratégies d'apprentissage associées aux profils types ?

4. Des questions de recherche posées à la didactique des mathématiques

Nous revenons sur deux classes de questions posées à la didactique des mathématiques : des questions relatives à la conception des EIAH et à leur mise en œuvre informatique, des questions relatives à l'utilisation par des enseignants des EIAH réifiant ces modèles.

a) Questions sur la conception des EIAH et leur mise en œuvre informatique

- *Du côté de la modélisation didactique de tâches*

Les travaux autour de la conception d'un système de diagnostic automatique ont mis en évidence l'intérêt d'engager un travail systématique de modélisation didactique des tâches, en particulier au niveau de l'étiquetage de variables didactiques pertinentes. Ce travail de modélisation didactique s'avère indispensable pour rendre possible la modélisation informatique. Cette modélisation didactique peut d'abord permettre de générer et décrire des tâches supports de classes de situations diagnostiques adaptées à des niveaux scolaires de la 5^{e} à la 2^{nde}. Elle peut aussi être un support pour concevoir des classes de situations d'interaction adaptées à des profils d'élèves donnés pour les faire évoluer. Mais alors comment déterminer des variables candidates ? Lesquelles retenir ? Ce travail systématique doit porter aussi sur la mise à disposition de stratégies d'apprentissage paramétrées associées à des classes de profils. Ces questions de recherche seront abordées dans les paragraphes II. et IV.

- *Du côté du modèle de l'apprenant*

Les retours d'usage lors des expérimentations de PEPITE en classe ont mis en évidence la nécessité de passer d'une description des profils d'élèves en algèbre macroscopique mais à un niveau individuel à un niveau plus global et abstrait pour travailler au niveau de la classe. Pour ceci, l'enjeu est de réifier le modèle de l'apprenant en profils-types en s'appuyant sur l'analyse épistémologique et cognitive ayant conduit au modèle multidimensionnel de la compétence algébrique en algèbre.

D'autres questions portent sur la formulation utilisée pour communiquer les profils cognitifs en algèbre, que ce soit aux élèves ou aux professeurs. Cela nécessite un travail sur la présentation du diagnostic, les points faibles, les points forts, les pistes de travail adaptées, et au-delà, sur la structuration de la modélisation didactique du modèle de l'apprenant. Ces questions sont abordées au paragraphe III.

b) Questions sur l'utilisation par des enseignants des EIAH réifiant ces modèles

Les retours d'usage lors des expérimentations ont aussi mis en évidence (Delozanne et al. 2005, Simonneau 2004) les difficultés que pose une intégration efficace de tels EIAH dans l'enseignement des mathématiques, ici l'enseignement de l'algèbre élémentaire. Quelles sont les conditions à mettre en place pour une intégration d'un logiciel de diagnostic à une pratique habituelle d'évaluation en classe ? Comment articuler l'attention portée à l'activité de l'élève et celle portée aux pratiques enseignantes, à la réalité du travail de l'enseignant dans sa classe, à l'évolution des compétences professionnelles en jeu ? Mais alors, comment prendre en compte des pratiques enseignantes dans la conception d'outils pour instrumenter le travail des enseignants ?

C. Le projet LINGOT

Ces travaux autour du prototype Pépite, les résultats qu'ils ont produits et les questions qu'ils ont générées ont conduit à la mise en place du projet LINGOT dans le cadre de l'appel d'offres Cognitique (2002).

1. Les objectifs du projet LINGOT

Le projet LINGOT a visé en premier lieu à rendre opérationnel le prototype existant PEPITE en systématisant et en modélisant le diagnostic automatique pour en améliorer la fiabilité et la généricité. Cette recherche a pris en compte les limites et les apports mis en évidence dans les travaux précédents. Au-delà, il a proposé d'étendre le diagnostic à d'autres niveaux scolaires.

Le second volet du projet a traité de la conception d'environnements logiciels interactifs permettant une meilleure régulation des apprentissages en algèbre *via* une banque de situations d'apprentissage et un outil d'assistance à la sélection de situations en fonction des profils cognitifs diagnostiqués. Ont été visées essentiellement des situations d'intervention didactique ou de remédiation dépendant des profils cognitifs que le diagnostic permet d'identifier. La modélisation de situations génériques d'introduction à l'algèbre comme celles de généralisation s'est vite avérée trop ambitieuse.

Dans le troisième volet, il s'est agi d'étudier leurs conditions d'intégration dans les pratiques enseignantes pour favoriser l'instrumentation du métier d'enseignant.

2. Les principaux axes de travail

Trois axes ont organisé le travail de recherche :

a) L'axe diagnostic

L'objectif principal était de faire évoluer le logiciel fermé Pépite vers un logiciel paramétré, fonctionnant sur la base de familles paramétrées de tâches diagnostiques, les paramètres étant ajustables par l'utilisateur en fonction de ses besoins propres (niveau de classe, sous-domaine, etc.).

Un deuxième objectif portait sur la modélisation de l'apprenant à travers l'établissement de profils-types ou stéréotypes pour permettre d'associer des stratégies d'apprentissage adaptées aux stéréotypes.

b) L'axe apprentissage

En ce qui concerne la régulation des apprentissages, l'objectif était de créer un environnement logiciel interactif LINGOT qui permette la connexion diagnostic – régulation. Pour ceci, nous cherchions à modéliser des stratégies de sélection d'exercices en fonction des stéréotypes, puis à créer des familles de situations d'interactions sur ordinateur mettant en œuvre les différents aspects de la compétence algébrique. Là encore, nous avions l'ambition de travailler en termes de modèles paramétrés de types de tâches, permettant une utilisation flexible de ces ressources.

c) L'axe instrumentation du métier d'enseignant

L'objectif était la modélisation de l'activité de l'enseignant, en lien avec l'instrumentation du métier d'enseignant. Il s'agissait de concevoir des logiciels permettant aux enseignants d'intégrer le diagnostic dans leur pratique de classe : une interprétation facilitée du diagnostic et la possibilité de sélectionner des situations adaptées en fonction de profils-types et de leviers ciblés.

3. Les résultats de la coopération didactique et informatique dans le cadre du projet pluridisciplinaire LINGOT

Avant de faire le point sur ces questions de recherche, nous voudrions jeter un regard sur la quinzaine d'années de coopération que nous avons menée entre la didactique des mathématiques et l'informatique.

Cette coopération n'a pas été sans rencontrer des difficultés. Ces difficultés ont été essentiellement de deux ordres : d'une part, la nécessaire mise en perspective de concepts, de références, de thèmes de recherche distincts, d'autre part, la nécessaire prise en compte de l'exigence de la modélisation qui montre l'écart entre la modélisation didactique et la modélisation informatique, cette dernière imposant la nécessité de développer des modèles testables. Le chemin parcouru dans le cadre du projet Lingot est résumé par la figure 4.

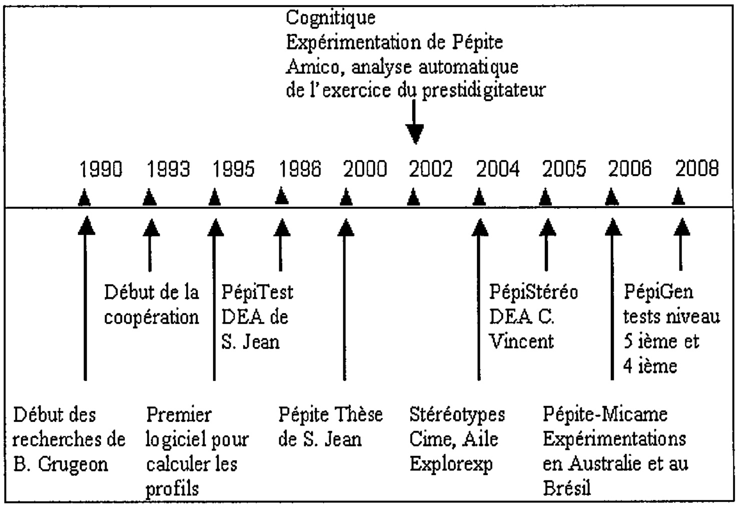


Figure 4 : Différentes étapes des projets PEPITE et LINGOT (Prévit 2008)

Cette collaboration de recherche a été riche, productive et l'est toujours autant en 2008. Elle a été ponctuée par de nombreux articles et logiciels sur les questions de recherche abordées :

- le premier prototype Pépite (Jean 2002),
- les logiciels CIME, AILE, EXPLOREXP qui implémentent les familles de situations paramétrées d'apprentissage (Grugeon et Coulange et al. 2003), (Delozanne, Grugeon et al. 2005),
- le logiciel PépiStéréo qui construit automatiquement les stéréotypes et propose des pistes de remédiation adaptées aux profils (Delozanne, Vincent, Grugeon et al. 2005),

- une analyse didactique sur les raisonnements algébriques pour favoriser une analyse automatique plus fiable avec Pépite (Normand-Assadi et al. 2004),
- le projet Pépite-Micame pour étudier des stratégies d'utilisation de la direction du regard en situation de communication interpersonnelle enseignant-élève (Farouk, Rety, Bensimon, Delozanne, Grugeon, Martin 2007),
- les tests papier-crayon adaptant le diagnostic en algèbre pour les niveaux fin 5^e et fin 4^e (Chenevotot-Quentin, Grugeon-Allys et Delozanne 2008),
- le logiciel PépiGen, générateur de classes d'exercices de diagnostic (Prévit 2008, Delozanne, Prévit, Grugeon et Chenevotot 2008).

Au-delà des difficultés rencontrées, les interactions entre ces deux communautés ont permis de nombreux enrichissements. Nous voudrions montrer en quoi la confrontation des points de vue nous a aidés à implémenter des prototypes de façon satisfaisante pour élaborer des modèles testables et discutables, à poser de nouvelles questions de recherche. C'est l'objet des paragraphes suivants.

Pour faciliter la présentation des questions posées par l'adaptation de l'évaluation à d'autres niveaux scolaires, nous distinguons deux étapes du processus d'évaluation : la conception des tâches diagnostiques et la conception du modèle de l'apprenant.

II. Une modélisation didactique pour adapter l'évaluation à différents niveaux scolaires

Le premier outil de diagnostic papier – crayon et le premier prototype Pépite visent à évaluer les compétences d'un élève en fin de scolarité obligatoire sur l'ensemble du domaine algébrique. En effet en 1995, le premier prototype Pépite visait à transposer les tâches du test papier – crayon en privilégiant la question de la faisabilité de l'automatisation au moins partielle du diagnostic. Il ne s'agissait pas d'aborder la question de l'évaluation de la compétence algébrique dans toute sa généralité. Aussi, la transposition informatique a été limitée au diagnostic à l'entrée en seconde, et à un diagnostic unique sur l'ensemble du domaine algébrique. Plusieurs variables étaient donc fixées *a priori* : la variable « niveau scolaire » fixée à l'entrée en seconde, les variables caractérisant les tâches diagnostiques selon le type de tâche, fixées au cas de l'entrée en seconde, pour une tâche particulière donnée ainsi que la variable « énoncé ». La variable « nombre de tâches » était, quant à elle, fixée à 22.

Comment adapter cette évaluation de la compétence algébrique à d'autres niveaux scolaires, fin de 5^e ou début 4^e, fin de 4^e où début de 3^e ? Il s'agit de définir le modèle de compétence algébrique à évaluer à chaque niveau scolaire en croisant le modèle de compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire et les organisations mathématiques locales concernant l'algèbre mises en jeu dans le programme de mathématiques à un niveau donné : types de tâches et types de techniques attendues, relativement aux éléments technologiques et théoriques visés.

A. De la prise en compte des organisations mathématiques du domaine algébrique dans les programmes

En effet, les programmes officiels de l'enseignement secondaire (collège et lycée) spécifient les finalités et les objectifs de l'enseignement de l'algèbre élémentaire à ces niveaux scolaires. Ils façonnent en partie les rapports institutionnels à l'algèbre qui vont modeler les rapports personnels des élèves en explicitant les contenus, en listant les capacités exigibles à un niveau donné. Ils déterminent ainsi plus ou moins explicitement les savoirs et savoir-faire à chaque niveau scolaire, c'est-à-dire les types de tâches et techniques attendues dans la résolution des problèmes, les objets de savoir et les raisonnements mobilisés à chaque niveau de l'enseignement.

En s'appuyant sur l'analyse praxéologique (Chevallard 1999, 2002), l'étude des programmes permet d'expliciter les organisations mathématiques impliquées dans la résolution des problèmes proposés à un niveau donné : types de tâches et techniques attendues, relativement aux éléments technologiques et théoriques visés. En particulier depuis 2005, les programmes définissent le rôle des problèmes de généralisation et de preuve, de modélisation, pour montrer l'insuffisance du numérique à exprimer une propriété de façon générale et le rôle des différents statuts des lettres. Ils précisent la complexité des objets intervenant dans la résolution : celle des expressions algébriques, des formules, le type des équations et les propriétés du cadre algébrique à mobiliser pour chaque niveau scolaire considéré. Le tableau 1 montre l'évolution de la compétence algébrique au fil des classes pour le programme de collège 2005.

Niv	**Objets**	**Capacités**	**Organisation Mathématique**
5$^{\text{ème}}$	Expressions littérales du premier degré, à une ou plusieurs variables Formules Identités impliquant des expressions du premier degré	Produire une expression littérale Utiliser une expression littérale (pour calculer) Sur des exemples numériques ou littéraux, utiliser les égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ dans les deux sens Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.	Problèmes montrant la nécessité d'introduire les lettres comme variable préalablement au statut d'inconnue en lien avec le numérique et de travailler l'écriture globale parenthésée,
4$^{\text{ème}}$	Expressions du type $(ax+b)(cx+d)$ Formules, fonctions linéaires. Identités impliquant des expressions type du type $(ax+b)(cx+d)$ Equations du type $ax+b = cx+d$	Calculer la valeur numérique littérale en donnant aux variables des valeurs numériques Réduire une expression littérale à une variable, de type donné (cf. programmes 2005) Développer, factoriser une expression Résoudre une équation du type $ax+b = cx+d$ Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue	*Extension du champ :* Introduction des problèmes de mise en équation Calcul algébrique avec une complexité supérieure des expressions et une évolution des techniques utilisées.
3$^{\text{ème}}$	*Idem* a^n, a entier positif non nul, n entier relatif $\sqrt{a}$, a nombre positif Identités remarquables Equations du type $(ax+b)(cx+d)=0$ Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues	Déterminer l'expression algébrique de fonctions linéaire ou affine Développer, factoriser une expression de type donné (cf. programmes 2005) Résoudre des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue, des systèmes Résoudre une équation mise sous la forme $A(x)B(x) = 0$ où A et B sont deux expressions du premier degré Mettre en équation un problème conduisant à une équation, une inéquation, ou un système de deux équations du premier degré	*Nouvelle extension du champ :* Introduction des fonctions Calcul algébrique avec prise en compte d'une complexité plus grande et de nouveaux objets.

Tableau 10 : Evolution de la compétence algébrique dans les programmes du collège.

Evaluer la compétence algébrique des élèves à un niveau donné, par exemple en fin de 5^{e}, fin de 4^{e}, revient à étudier le rapport personnel que l'élève construit à l'algèbre relativement au rapport institutionnel mis en place à ce niveau scolaire.

Nous proposons de croiser le modèle de la compétence défini en fin de scolarité obligatoire et l'organisation mathématique globale relative à l'algèbre au niveau considéré. Dans le cas d'un diagnostic systématique, à un niveau donné, nous définissons donc les types de tâches à prendre compte, les objets mis en jeu et les éléments technologiques et théoriques mobilisés dans les techniques attendues. C'est pourquoi, nous caractérisons les tâches diagnostiques par : les types de tâches, les expressions en jeu, leur nature et leur complexité, les cadres et registres de représentation, la(es) techniques attendue(s) avec les éléments technologiques ou théoriques associés. De plus, nous prenons également en compte le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (disponible, mobilisable ou technique) dans la résolution des tâches diagnostiques.

Nous illustrons cette démarche à partir de la tâche « Programme de calcul constant » pour expliciter la modélisation didactique proposée pour une tâche donnée.

Problème du « prestidigitateur » : Enoncé 16 dans Pépite

Un prestidigitateur est sûr de lui en réalisant le tour suivant. Il dit au joueur : « Tu penses un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies par 3, tu retranches 4, tu ajoutes ton nombre, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais ton nombre : tu as trouvé 7. » Indique si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifie ta réponse

Cette tâche a pour objectif de faire prouver la propriété numérique suivante : Pour tour tout nombre réel x, $P(x) = 7$, $P(x)$ étant l'expression algébrique du programme de calcul proposé. Cette tâche correspond au type de tâche «Prouver qu'une propriété numérique est vraie ». Ce type de tâches se décompose en plusieurs types de tâches qui conditionnent le choix des composantes mises en jeu dans l'analyse, selon la structure d'analyse multidimensionnelle de la compétence algébrique :

T : Prouver qu'une propriété est vraie
- T_1 : Produire une expression à partir d'un programme de calcul
  - T'_{11} : Mobiliser la variable x pour produire une expression générale
  - T'_{12} : Traduire un programme de calcul en une expression algébrique
- T2 : Effectuer le calcul
  - T_{21} : Développer une expression algébrique
  - T_{22} : Réduire une expression algébrique

Les variables caractérisant cette tâche sont les suivantes :

- Nature des types de tâches : prouver qu'une propriété numérique est vraie ; ce type de tâche fait appel à d'autres sous types de tâches (Cf. ci-dessus) ;
- Nature des expressions et complexité : expression du premier degré à une variable x, globale parenthésée $[(x+8)\times3-4+x]/4+2-x$, à six niveaux de parenthèse, et mettant en jeu trois additions, deux soustractions, une multiplication et une division ; le programme de calcul est choisi pour que l'expression obtenue soit un nombre ou un multiple du nombre initial ; les coefficients numériques peuvent varier selon des contraintes fixées.
- Registres de représentation en jeu : registre des programmes de calcul, registre des expressions algébriques, du registre discursif vers le registre des écritures algébriques ;
- Technique attendue (en termes technologique et théorique) : traduction algébrique, preuve algébrique, lettre comme nombre généralisé, expression globale parenthésée ou écriture de chaque étape de calcul, égalité comme relation d'équivalence.
- Niveau d'adaptation des connaissances en jeu : disponible, étant donnée l'ouverture de la question.

Enoncé dans un test niveau entrée en 4^e

Enoncé 2 : « Tu prends un nombre, tu ajoutes 6 à ce nombre, tu multiples le résultat par 3, tu soustrais 3 fois le nombre de départ : tu trouves 18 ». Indique si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifie ta réponse.

En quoi cet énoncé varie-t-il par rapport au précédent ? C'est la complexité de l'expression qui en est la raison : cette expression du premier degré à une variable x a pour expression globale parenthésée $(x+6)\times3-3x$. Cette expression a trois niveaux de parenthèses et met en jeu une addition, une soustraction, deux multiplications.

En quoi le choix sur ces variables didactiques permet-il d'adapter le diagnostic à d'autres niveaux de la scolarité ?

B. *Une modélisation didactique du test d'évaluation à différents niveaux scolaires*

En premier lieu, la définition de ces variables didactiques permet de travailler sur des tâches génériques.

La faisabilité de cette adaptation repose sur la possibilité de prendre en compte l'enrichissement successif des différents aspects de la compétence algébrique travaillés au cours de la scolarité. Cet enrichissement se traduit par l'évolution des types de tâches et des objets de l'algèbre présents dans les problèmes (production de formules, généralisation, preuve, mise en équation). Les types de tâches et les objets à évaluer sont décrits dans les programmes du collège, à travers les organisations mathématiques spécifiant les thèmes d'algèbre enseignés à chaque niveau. Pour le niveau fin de 5^e / début de 4^e, ce croisement permet de définir les tâches diagnostiques à partir du programme de 5^e : partie 1 « organisation et gestion de données, fonctions » et partie 2 « nombres et calculs ».

La transposition du test initial, niveau $3^e/2^{nde}$, en un test d'évaluation pour un autre niveau donné nécessite l'instanciation des variables définies plus haut : les types de tâches en jeu pour les tâches diagnostiques, les expressions en jeu, leur nature et leur complexité, les cadres et registres de représentation, la(es) techniques attendue(s) avec les éléments technologiques ou théoriques.

Pour sélectionner les tâches diagnostiques parmi les possibles, il s'agit de choisir des tâches les plus représentatives possibles de l'activité mathématique attendue au niveau visé. Nous proposons une variable supplémentaire qui correspond au niveau de mise en fonctionnement des connaissances (disponible, mobilisable ou technique) dans la résolution des tâches diagnostiques.

Voici un exemple des choix réalisés pour un test d'évaluation de fin de $5^{ème}$ / début de $4^{ème}$ proposé en 2007[5] (Chenevotot-Quentin, Grugeon-Allys et Delozanne 2008) : ce test papier crayon est constitué de 12 tâches diagnostiques et s'appuie sur les variables didactiques définies en II.A comme suit :

- Nature des types de tâches : présence de tous les types de tâches sauf la mise en équation ;
- Nature des expressions et complexité : expressions algébriques du premier degré du type $a(cx+d)$ avec trois niveaux de parenthèse ;
- Registres de représentation en jeu : poids important donné aux écritures numériques dans des tâches de calcul ou de production d'expressions parenthésées, poids aussi important qu'aux écritures algébriques ;
- Technique(s) attendue(s) : celles attendues à ce niveau scolaire ; en particulier, la technique de résolution d'une équation correspond au test d'une identité ;
- Niveau d'adaptation des connaissances : peu de tâches mettant en jeu la flexibilité dans l'interprétation des expressions (structurale/procédurale) pour choisir l'expression la plus adaptée au calcul visé.

[5] Ce test a été réalisé dans deux classes de 5^e au collège de Beauvais.

Nous montrons que le modèle de conception des tests d'évaluation (papier-crayon) en ce qui concerne son adaptation à d'autres niveaux scolaires est robuste (Chenevotot-Quentin, Grugeon-Allys et Delozanne 2008). La robustesse est liée à la possibilité d'utiliser une démarche de recouvrement des types de tâches correspondant aux différents emplois de l'algèbre avec ceux correspondant aux organisations mathématiques relatives au domaine algébrique concerné par les différents niveaux scolaires.

De nombreux choix restent à la responsabilité du concepteur des tests d'évaluation :

- pour un test systématique, le nombre de tâches diagnostiques à sélectionner à un niveau scolaire donné ; leur sélection est conditionnée par l'analyse transversale sur suffisamment d'items concernés pour chaque composante d'analyse ;
- pour un test adaptatif, le choix d'une première tâche diagnostique ; il doit permettre d'obtenir un maximum d'informations pour définir le profil cognitif.

Ce sont autant de questions de recherche qui restent encore à traiter. La définition d'une tâche diagnostique prédictive en fonction du niveau scolaire et du scénario didactique est une question difficile. Nous y reviendrons en conclusion.

C. Une nouvelle modélisation informatique : PépiGen et Pépinière (Prévit 2008)

C'est l'une des questions abordées par l'équipe dans le cadre de la thèse de Prévit (Prévit 2008) dans le cadre de sa thèse. Le modèle conceptuel de classes d'exercices proposé par Prévit prend appui sur une modélisation didactique. La question abordée est la suivante : « Comment proposer des modèles génériques pour une mise en œuvre informatique de batteries de tests diagnostiques, à partir d'une analyse didactique *a priori* d'exercices particuliers et des réponses envisageables à ces exercices recueillies auprès des élèves ? (..) [L']objectif est de créer des « clones » des exercices de diagnostic de PépiTest, c'est-à-dire des exercices qui ont le même type d'énoncé et la même grille de codage que les exercices du Pépite originel » (Prévit 2008 p111). Un professeur peut ainsi créer des exercices clones d'un exercice donné prédéfini à partir d'une liste de tâches diagnostiques du test du diagnostic. Un système auteur PépiGen permet la création de tels clones.

La modélisation informatique s'appuie sur modèle conceptuel de classes d'exercices. Il « distingue différents types d'informations qui concernent l'indexation des exercices d'un point de vue didactique, la génération d'un exercice et la génération du diagnostic (Cf. Annexe 1). *L'indexation didactique* des exercices utilisée pour la création de tests se fait en référence aux objectifs, aux composantes d'analyse, aux capacités, aux types de tâches, au niveau scolaire, à la durée du test. La *génération d'un exercice* est concernée par les caractéristiques de l'*interface* et les modalités d'interaction d'une part, par la génération des énoncés et des questions d'autre part. La *génération du diagnostic* local crée automatiquement l'ensemble des réponses anticipées à partir de l'analyse didactique a priori » (Prévit 2008 p113).

En ce qui concerne la génération des exercices, la modélisation informatique prend appui sur la définition de variables didactiques identifiées pour l'indexation didactique et la génération de l'énoncé. Mais, Prévit a du développer des modèles informatiques complémentaires pour générer l'interface et en particulier la saisie de l'énoncé (contraintes sur le domaine des nombres, type de génération des termes de l'énoncé). En ce qui concerne le problème du prestidigitateur par exemple, le modèle conceptuel organise les contraintes pour définir le programme de calcul et le type de génération *via* le choix des termes de la palette pour écrire le programme de calcul. Les informations choisies pour l'indexation didactique sont redondantes mais facilitent la gestion globale du diagnostic.

En ce qui concerne la génération automatique du diagnostic associé aux réponses à des exercices, Prévit prend appui sur les critères d'évaluation définis dans l'analyse multidimensionnelle de la compétence algébrique. De plus, pour analyser et évaluer les réponses des élèves aux questions ouvertes, le système PépiGen génère automatiquement les raisonnements corrects ou erronés fréquemment observés à ce niveau scolaire et la grille d'analyse multidimensionnelle des réponses. Afin de générer les solutions anticipées, correctes ou erronées, Prévit a conçu et développé un composant de calcul formel Pépinière qui traite les expressions algébriques nécessaires à la génération des exercices et à la génération automatique des réponses et raisonnements anticipés ainsi qu'à l'analyse automatique des réponses et raisonnements des élèves. La modélisation informatique des raisonnements est nécessaire au-delà de la modélisation didactique mobilisée.

La définition de modèles testables et l'implémentation du prototype PépiGen ont été favorisées par la confrontation des approches théoriques des deux communautés de recherche dans le cadre du projet LINGOT. La modélisation didactique a permis d'initier la conception du modèle informatique tant au niveau de la génération des exercices d'évaluation que de celle du diagnostic. Elle a été enrichie et questionnée par la modélisation informatique.

III. Des profils cognitifs individuels aux stéréotypes pour une exploitation du diagnostic en classe

Nous questionnons maintenant le modèle didactique initial de profil cognitif de l'élève en algèbre élémentaire. Après avoir rappelé les difficultés rencontrées dans l'utilisation de Pépite (logiciel qui repose sur le modèle didactique défini au début des années 1990), nous présentons le concept de stéréotype défini pour réifier le profil cognitif de l'élève en algèbre dans le cadre du projet LINGOT puis les questions de recherche abordées. Nous comparons ensuite des choix méthodologiques pour définir le modèle de stéréotype : démarche expérimentale ou démarche *a priori,* choix privilégié dans d'autres recherches.

A. Profil cognitif d'élève en algèbre élémentaire

A partir du modèle multidimensionnel de la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire (Grugeon 1997, 1999), nous avons étudié les rapports personnels d'un élève à l'algèbre élémentaire en termes de cohérences de fonctionnement relatives aux différents aspects de la compétence algébrique. Nous avions défini le profil cognitif de l'élève en algèbre élémentaire comme une description des principaux traits de son comportement, « modèle intelligible de son rapport personnel à l'algèbre ». Nous rappelons que l'enjeu de ce travail était de permettre aux enseignants de proposer des situations d'apprentissage adaptées aux profils cognitifs des élèves en algèbre pour réguler au mieux leurs apprentissages.

Le logiciel d'assistance au diagnostic Pépite exploite ce modèle de l'apprenant à trois niveaux de description pour construire au moins partiellement les profils cognitifs selon la méthode rappelée dans le tableau ci-dessous :

Logiciels	Modèle individuel de l'élève	Modèles des tâches diagnostiques et compétence algébrique
PépiTest	Réponses de l'élève	Type de tâches diagnostiques : technique, reconnaissance et mathématisation
PépiDiag	Codage des réponses de l'élève à chaque exercice Matrice de diagnostic	Pour chaque exercice, une grille d'analyse multidimensionnelle : validité, utilisation des lettres, calcul algébrique, traduction d'une représentation à une autre, type de justification
PépiProf	Profil global : • taux de réussite (global, questions traitées, type d'exercices, type de traitements privilégié) • description qualitative (cohérences de fonctionnement) • flexibilité dans l'articulation entre représentations	Analyse transversale des réponses à l'ensemble du test Types de traitements Seuils paramétrables de réussite Modalités de fonctionnement

Tableau 11 : Niveaux de modélisation utilisés par Pépite (Delozanne, Grugeon et al. 2005)

De nombreuses questions se sont posées lors de l'usage de Pépite par des enseignants. Comment exploiter ce diagnostic individuel par l'enseignant au niveau de la classe pour lui permettre de réguler les apprentissages et l'enseignement ? Comment exploiter les informations très variées et proposer des pistes de travail aux élèves ? Quelles situations d'apprentissage adaptées aux profils des élèves proposer aux enseignants ? (Delozanne et al. 02, Grugeon, Coulange et al. 2003)

Au-delà du fait que le diagnostic était très éloigné de celui pratiqué par les enseignants, les expérimentations en classe ont mis en évidence que la variété des profils obtenus était trop grande pour une exploitation en classe : le choix de description du profil cognitif n'était pas encore assez macroscopique. L'équipe du projet LINGOT s'est alors appuyée sur des travaux du domaine de l'EIAH pour proposer une description à un niveau plus macroscopique obtenue en regroupant des profils « voisins », des classes de profils appelés stéréotypes. En effet, des chercheurs (Kay 2000, Dimitrova 1999) avaient développé des systèmes informatiques qui personnalisent les interactions en s'appuyant sur des techniques de modélisation de l'utilisateur fondées sur la définition de stéréotypes. Cette modélisation consiste à identifier le comportement d'un utilisateur en le classifiant dans un ensemble de sous-groupes prédéfinis (Rich 1979).

Dans le contexte du projet Lingot, nous avons adopté une définition très générale : un stéréotype est une classe de profils « équivalents » c'est-à-dire un ensemble de profils pour lesquels les compétences algébriques des élèves peuvent être jugées suffisamment proches pour bénéficier d'un diagnostic similaire et de situations d'apprentissage ayant les mêmes objectifs prioritaires d'apprentissage.

Deux hypothèses ont fondé ce choix (Delozanne, Grugeon et al. 2005 p50) :

H1 : Pour prendre des décisions didactiques sur les activités d'apprentissage adaptées au profil cognitif d'un élève, il est nécessaire de disposer d'un modèle à un niveau d'abstraction plus élevé à côté du modèle cognitif individuel par Pépite. Il s'agit du modèle de *stéréotype* (…).

H2 : La modélisation en termes de stéréotypes permet d'articuler le diagnostic individuel et la « géographie de la classe » pour organiser la régulation des apprentissages en classe c'est-à-dire faire progresser la classe en respectant les différences individuelles. Il peut constituer un outil conceptuel pour favoriser l'appropriation par les enseignants d'un artefact complexe comme l'est le logiciel Pépite.

Suite aux expérimentations de Pépite en classe, la question de la modélisation de l'apprenant a été une des questions de recherche renvoyée à la didactique des mathématiques et au travail de conception mené dans le cadre d'une démarche itérative de conception.

B. Identification des stéréotypes : un fondement didactique orienté par le calcul

Nous présentons la méthodologie utilisée pour identifier les stéréotypes.

1. La méthodologie utilisée

a) Utilisation d'un ensemble de protocoles disponibles

Nous avons exploité le corpus des réponses et des profils recueillis et établis par Pépite auprès de deux cents élèves. Nous avons émis l'hypothèse que l'analyse de ce corpus permettrait de dégager des classes de profils en regroupant des profils d'élèves dont les compétences algébriques pouvaient être jugées suffisamment proches pour bénéficier d'un diagnostic similaire et de situations de remédiation voisines. Le diagnostic automatique réalisé par Pépite n'étant que partiel, il était indispensable d'avoir aussi à disposition le corpus des réponses.

b) Trois analyses indépendantes

Nous avons réalisé trois analyses indépendantes sur le corpus des données en nous appuyant sur des points de vue différents. Un des objectifs était de permettre au groupe de recherche de débattre différents choix dans la définition d'un modèle de stéréotype. Cette étude est détaillée dans (Delozanne, Grugeon et al. 2005).

Le premier classement des profils cognitifs a été établi à partir d'un regroupement sur le diagramme des changements de registres de représentation. Le deuxième classement a été défini en identifiant des traits communs de fonctionnement et en pointant les fragilités et les points forts communs à un ensemble d'élèves. Le troisième a été construit à partir d'un ensemble de questions successives relatives à l'étude de différents aspects de la compétence algébrique : « la justification par l'algèbre est-elle dominante ? L'élève sait-il lier le registre des écritures algébriques aux autres registres ? L'élève maîtrise-t-il les règles de transformation ? Les techniques algébriques ? Les exercices de mathématisation ? »

2. Une synthèse : le modèle de stéréotype

Nous avons analysé la pertinence des critères retenus pour la constitution des classes de profils en croisant deux à deux les analyses, selon les types de classement, la permanence des groupements obtenus ou leur éparpillement et nous avons pu ainsi statuer sur leur robustesse. De plus, nous avons instauré des seuils pour s'assurer que les élèves ont répondu à un nombre significatif d'exercices mobilisant une compétence donnée. Ces seuils permettent d'assurer une bonne fiabilité des critères pris en compte pour établir les classes de profils.

Nous avons alors privilégié trois composantes pour spécifier le modèle de stéréotype en algèbre élémentaire :

- la composante « Utilisation de l'algèbre » (notée UA) vise à étudier les aspects de la compétence algébrique dans sa dimension *outil*, c'est-à-dire la capacité de l'élève à mobiliser l'algèbre pour traduire algébriquement les différents types de problèmes *via* les équations ou *via* des relations fonctionnelles, les problèmes pour généraliser, prouver ou démontrer,

- la composante « Traduction » (notée T) vise à étudier la capacité de l'élève à traduire ou à interpréter des écritures algébriques en relation avec des représentations dans d'autres registres de représentation,
- la composante « Calcul algébrique » (notée CA) vise à étudier la maîtrise du calcul algébrique.

Un stéréotype se trouve ainsi caractérisé par des niveaux qui sont attribués sur ces trois composantes. La détermination des niveaux s'appuie sur les éléments du modèle multidimensionnel de l'algèbre. Leur identification prend aussi en compte les calculs du taux d'exercices traités, du taux de réussite ainsi que des seuils (pour s'assurer que le nombre d'exercices mobilisant une compétence donnée est significatif). Pour chacune de ces composantes, nous codons trois ou quatre niveaux de 1 et 4 (Delozanne, Grugeon et al. 2005, annexe A7). Le stéréotype est donc un triplet (UA_i, T_j, CA_k), $i \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$, $j \in \{1 ; 2 ; 3\}$, $k \in \{1 ; 2 ; 3\}$. Ces éléments permettent de définir un algorithme pour classer tout profil cognitif dans un stéréotype. Une présentation très détaillée de l'algorithme est présentée à l'annexe A7 du rapport Cognitique (Delozanne, Grugeon et al. 2005).

Nous présentons synthétiquement, pour chacune des composantes UA, T et CA, la signification des niveaux attribués à chacune d'elles. Les formulations retenues pour les enseignants ne sont pas des formulations didactiques : elles résultent d'un travail de conception participative dans le cadre des tests centrés utilisateurs.

Code	**Libellé**	**Rapport à l'algèbre comme *outil* de résolution et de preuve**
UA4	Outil algébrique peu mobilisé et non maîtrisé laissant vivre des démarches numériques	L'élève ne mobilise que faiblement ou pas du tout l'outil algébrique pour résoudre des problèmes : il utilise des démarches arithmétiques pour résoudre des problèmes ; Ses justifications peuvent être encore numériques (par exemple, une propriété est prouvée à l'aide d'exemples numériques)
UA3	Outil algébrique mobilisé mais faiblement maîtrisé laissant place à l'usage de démarches et de justifications non algébriques	L'élève ne résout pas assez d'exercices avec la démarche algébrique ; Ses justifications sont mal assurées : soit il justifie convenablement peu d'exercices soit il les justifie par des arguments en français (du type : « il faut… », « dans ce cas, on doit.. »)
UA2	Outil algébrique mobilisé et en cours de maîtrise permettant majoritairement des démarches ou des justifications algébriques	L'élève mobilise l'outil algébrique mais avec des erreurs : soit il résout algébriquement des exercices et justifie insuffisamment sa démarche soit il justifie convenablement mais il ne résout pas assez souvent algébriquement des exercices
UA1	Outil algébrique bien maîtrisé pour la modélisation et la preuve	L'élève résout les problèmes algébriquement ; il justifie convenablement sa démarche et utilise l'algèbre comme outil de preuve

Tableau 12 : Quatre niveaux pour la composante « Usage de l'algèbre » (UA) (Delozanne, Grugeon et al. 2005)

La première composante, notée UA, concerne la dimension *outil* de l'algèbre. Il s'agit de déterminer le mode selon lequel l'élève mobilise la démarche algébrique dans les tâches diagnostiques selon les différents emplois de l'algèbre mis en jeu. Il s'agit aussi d'analyser les types de justification et le statut de l'égalité mis en jeu dans la résolution. Cette composante permet d'évaluer l'entrée de l'élève dans la pensée algébrique, son éventuelle compréhension du rôle de l'algèbre comme outil de résolution et de preuve en rupture avec les démarches arithmétiques. Le tableau 3 propose une présentation synthétique des quatre niveaux pour UA. Le libellé ne fait pas explicitement référence à l'usage des lettres selon leur statut.

La deuxième composante, notée T, permet d'étudier la mise en relation entre les registres de représentation du domaine algébrique. En d'autres termes, il s'agit de déterminer si l'élève parvient ou non à articuler le registre des écritures algébriques et les autres registres de représentation (langage naturel, graphique, figure géométrique) et le mode de mise en relation des registres utilisé. Il s'agit d'analyser comment les élèves interprètent des expressions algébriques en articulation avec les autres registres (selon que les représentations soient congruentes ou non). L'évaluation de cette composante est essentielle pour déterminer l'efficacité avec laquelle l'élève va utiliser l'outil algébrique, efficacité fortement corrélée à sa flexibilité dans la traduction ou l'interprétation des représentations d'un registre dans un autre. Les trois niveaux pour T sont présentés dans le tableau 13.

Code	**Libellé**	**Commentaires**
T3	Articulation insuffisante entre le cadre algébrique et les autres cadres *via* le registre des écritures algébriques et les autres registres	L'élève a des difficultés à exprimer algébriquement les relations entre variables ou à associer une expression algébrique à une autre représentation (ou vis versa). Dans au moins un cas, l'écriture symbolique est utilisée pour « sténographier » la situation, sans prendre en compte les relations entre les différentes variables en jeu
T2	Articulation partielle entre le cadre algébrique et les autres cadres *via* le registre des écritures algébriques et les autres registres (sans besoin de re formulation)	Dans plus de la moitié des exercices traités, l'élève commet des erreurs pour exprimer algébriquement des relations entre les variables en jeu ou bien ses réussites sont inférieures aux erreurs de traduction et à ses absences de réponse
T1	Articulation entre le cadre algébrique et les autres cadres bien maîtrisée	l'élève maîtrise les changements de registres sur la majorité des exercices traités

Tableau 13 : Trois niveaux pour la composante « Traduction » (T), (Delozanne, Grugeon et al. 2005)

La troisième composante du stéréotype noté CA porte sur la dimension *objet* de l'algèbre, le calcul algébrique. CA a pour but d'évaluer le degré de maîtrise et la nature des techniques de calcul mis en jeu par l'élève. Les traitements mis en jeu sont relatifs à la conduite et au contrôle de calculs numériques, du calcul algébrique, à l'interprétation d'expressions numériques et algébriques. Les valeurs possibles de cette composante sont explicitées dans le tableau 5.

Pour chaque composante, nous avons prouvé que tous les cas possibles étaient bien recensés et traités. Nous avons également inventorié les configurations qui nous semblent les plus courantes et les plus représentatives des niveaux possibles. Toutes les combinaisons ne constituent pas des stéréotypes possibles. Ainsi, il semble improbable d'obtenir le stéréotype (UA1, T3, CA2). En effet, nous pouvons faire l'hypothèse qu'un élève qui fait preuve d'une bonne utilisation de l'outil algébrique (mode UA1) maîtrise vraisemblablement de façon acceptable les changements de représentations. De même, une insuffisance de l'appropriation de l'algèbre comme outil (mode UA3 ou UA4) est peu compatible avec une bonne maîtrise des changements de registres (mode T1 ou T2). L'annexe A7 met en évidence les stéréotypes à prendre en compte (Delozanne, Grugeon et al 2005).

Code	**Libellé**	**Commentaires**
CA3	Calculs insuffisamment réalisés. Usage de règles de formation et de transformation des expressions conduisant à un calcul non opératoire (concaténation)	L'élève ne maîtrise pas le rôle des opérateurs ou les règles dégagées par l'élève ne lui permettent pas un calcul à dénotation fixe
CA2	Calculs insuffisamment réalisés Usage de règles incorrectes de transformation des expressions	L'élève ne parvient pas à traiter convenablement un ensemble suffisant d'exercices. Il commet des erreurs dans les calculs algébriques avec un appui insuffisant sur l'interprétation des expressions
CA1	Bonne maîtrise des calculs algébriques	L'élève traite un nombre suffisant d'exercices il propose des interprétations appropriées des expressions

Tableau 14 : Trois niveaux pour la composante « Technique Manipulatoire » (CA), (Delozanne, Grugeon et al. 2005)

L'un des objectifs poursuivi par l'équipe pour spécifier ces stéréotypes était de communiquer le diagnostic sous une forme synthétique, à l'enseignant ou au chercheur, pour faciliter l'exploitation du diagnostic et justifier le choix des situations de remédiation ou d'apprentissage proposées aux élèves. Ce travail nous a ainsi conduits à restructurer le diagnostic de Pépite. Nous décrivons maintenant le profil de l'élève en algèbre comme la donnée d'un stéréotype et de caractéristiques personnelles (leviers, fragilités, erreurs récurrentes) : les leviers sont des compétences déjà construites sur lesquelles s'appuyer (les pépites) et les fragilités sont des compétences et des connaissances non construites ou à consolider en priorité.

Nous présentons l'exemple de l'élève codé 5 dans les protocoles étudiés. Cet élève relève du stéréotype UA3 T3 CA3 en algèbre et son profil est présenté dans le tableau 15.

Principaux traits liés au stéréotype		**Caractéristiques personnelles de l'élève**
UA3	Outil algébrique mobilisé mais faiblement maîtrisé laissant place à l'usage de démarches, de justifications variées, algébriques ou non	Taux de réussite (Exercices de mathématisation) : 7 % Justifications variées : algébrique, argumentation en français, par l'exemple

T3	Articulation insuffisante entre le cadre algébrique et les autres cadres *via* le registre des écritures algébriques et les autres registres	Taux de réussite (Exercices de reconnaissance) : 25% **Fragilités** L'écriture symbolique peut être perçue, comme moyen de « sténographier » : « Il y a 6 fois plus d'élèves (E) que de professeurs (P) » traduit par 6 E = P » **Levier** : appuis possibles sur l'articulation (géométrique ⟷ algébrique) et (algébrique → langage naturel)
CA3	Calculs insuffisamment réalisés Usage de règles de formation ou de transformation des expressions non opératoires	Taux de réussite (exercices techniques) : 24% **Fragilités** voire **Obstacles** *Règle de formation non opératoire :* assemblage : $3 + a \rightarrow 3a$; parenthésage : $-3^2 = 9$; $3a^2 = (3a)^2$; *Règles de transformation incorrectes* : $3a^5 + 2a^3 = 5a^7$ (assemblage) $a^2a^3 = a^6$ (linéarité) **Levier** : interprétation des expressions algébriques

Tableau 15 : Libellés décrivant la classe de profil UA3 T3 CA3, (Delozanne, Grugeon et al. 2005).

3. Stéréotype : un outil conceptuel au service de la différenciation

Un des enjeux du projet LINGOT est la conception d'environnements logiciels interactifs permettant une meilleure régulation des apprentissages en algèbre et donc la prise en charge en partie de leur différenciation.

a) Des situations d'apprentissage différentes

Dans ce contexte très ambitieux, le modèle de l'apprenant est le cœur de ce dispositif : il constitue un outil conceptuel pour organiser le choix de situations d'apprentissage interactives adaptées au profil cognitif de l'élève et susceptibles de le faire progresser.

La détermination de situations d'apprentissage s'organise en deux étapes :

- le stéréotype permet de déterminer la compétence à travailler avec un fort niveau de priorité, c'est-à-dire l'objectif d'apprentissage à privilégier (aspect stratégique) ;
- pour un objectif d'apprentissage donné, les caractéristiques propres du profil de l'élève (les fragilités et/ou les leviers) permettent de déterminer parmi toutes les situations d'interactions de la famille, celles à travailler, en précisant les valeurs pertinentes des variables didactiques en jeu.

La spécification de familles de situations d'interactions est l'objet du paragraphe IV. Nous présentons ici des éléments qui montrent le rôle important que peut jouer le stéréotype dans le choix de situations d'apprentissage. La stratégie de sélection dépend du scénario d'utilisation du logiciel dans la séquence d'enseignement. Divers scénarios sont présentés dans (Delozanne, Grugeon et al. 2005 p. 59).

Considérons le scénario suivant. Des élèves viennent de rentrer en seconde. Préalablement au chapitre *Généralités sur les fonctions*, le professeur décide de faire une séance sur le calcul algébrique. Les élèves réalisent le test d'évaluation sur Pépite. L'inventaire des stéréotypes a permis au professeur de mettre en évidence trois groupes d'élèves : UA4T3CA3, UA3T3CA3 et UA2T2CA3. Tous ces élèves ont donc réalisé des tâches de calcul algébrique avec des techniques proches mettant en jeu des règles de formation ou de transformation non opératoires, par exemple : $x+a \rightarrow xa$ ou $x^n \rightarrow xn$ ou inversement. Quelle(s) situation(s) proposer à ces élèves ? Bien souvent, des enseignants proposent aux élèves de refaire des tâches de calcul algébrique de même nature. La stratégie d'enseignement privilégie bien souvent l'aspect *objet* de la compétence algébrique : cet aspect est rarement croisé à l'aspect *outil* de la compétence algébrique qui peut pourtant apporter d'autres informations indispensables sur le développement conceptuel des élèves en algèbre. Or ici, les stéréotypes de ces élèves ne révèlent pas en fait le même développement dans la construction de la compétence algébrique.

Les élèves du premier groupe UA4T3CA3 privilégient les démarches arithmétiques et ne mobilisent pas de lettres pour résoudre des problèmes lorsque c'est nécessaire. Quelle signification les élèves donnent-ils aux lettres ? Nous pouvons faire l'hypothèse que la résolution d'exercices de calcul algébrique analogues aux précédents n'est pas susceptible de faire évoluer leurs démarches erronées. Nous proposons d'amener les élèves à comprendre la nécessité d'utiliser des lettres, de travailler le rôle des lettres en algèbre (problème de généralisation en lien avec un algorithme de calcul, ..), en lien ou non avec une situation contextualisée, de travailler sur la sémantique des expressions. Par exemple, comprendre qu'une expression numérique ou algébrique peut avoir plusieurs écritures équivalentes du point de vue de la dénotation mais non du point de vue du sens pour organiser une stratégie de calcul. Pour ces élèves, un travail préalable sur les écritures numériques semble souhaitable.

Le deuxième groupe d'élèves UA3T3CA3 mobilise des lettres pour résoudre des problèmes mais lors de la traduction des relations en jeu, il n'y a pas de cohérence entre le modèle et la situation. Par exemple, les élèves peuvent traduire la relation « *il y a 6 fois plus d'élèves que de professeurs* » par $6 \times e = p$, avec e représentant les élèves et p les professeurs. Les élèves sont prêts à rentrer dans le jeu symbolique. Pour ces élèves, il nous semble utile de travailler les règles de correspondance entre représentations lorsque les expressions ne sont pas congruentes, mais aussi les conditions pour réaliser du calcul algébrique à dénotation fixe. Préalablement, il peut être aussi important de déstabiliser les règles fausses par des contre-exemples numériques ou en lien avec d'autres cadres.

Le troisième groupe d'élèves UA2T2CA3 mobilise l'outil algébrique pour résoudre des problèmes. Il est possible de s'appuyer sur les cadres maîtrisés pour déstabiliser les règles de calcul algébrique erronées. Ensuite, il serait formateur de leur faire travailler des exercices de calcul algébrique en les amenant à percevoir les limites des techniques utilisées selon la structure des expressions, en articulant les aspects syntaxiques et sémantiques des expressions.

Ce scénario met en évidence le rôle des stéréotypes pour définir des stratégies d'apprentissage. Mais, il met aussi en évidence le travail didactique pour définir ces stratégies d'apprentissage et l'intérêt d'une automatisation logicielle pour proposer ces stratégies aux enseignants.

b) Des rétroactions adaptées aux stéréotypes

Une autre direction de recherche porte sur le développement de familles de situations d'interactions qui personnalisent les rétroactions et les interactions en s'appuyant sur des techniques de modélisation de l'utilisateur fondées sur la définition de stéréotypes (Cf. Paragraphe IV).

Comme nous le voyons, l'articulation entre diagnostic et différenciation est un sujet complexe et nous ne prétendons pas y apporter une réponse complète. Cependant, nous estimons avoir justifié la pertinence des stéréotypes pour aborder la problématique de la différenciation de l'enseignement voire de la personnalisation. Un travail à la fois empirique et théorique reste indispensable pour approfondir ces premières propositions.

4. Un développement en EIAH : le logiciel PépiStéréo (Delozanne, Grugeon et al. 2005, Delozanne, Vincent et al. 2005)

La modélisation didactique en termes de stéréotype a été le support du développement d'un nouveau logiciel PépiStéréo. Dans le cadre du projet LINGOT, Vincent a mis au point le logiciel PépiStéréo (Vincent et al. 2005, Delozanne, Vincent et al. 2005), logiciel qui s'adresse aux enseignants. La conception du logiciel reprend des résultats de l'étude réalisée par Rogalski (Rogalski et al. 2003, Delozanne, Grugeon et al. 2005, chap4). PépiStéréo s'appuie sur les stéréotypes pour présenter aux enseignants, d'une part le résultat du diagnostic automatique en algèbre pour chacun de leurs élèves, d'autre part des éléments de stratégies d'enseignement appropriées aux différents stéréotypes. La métaphore est de permettre à l'enseignant d'orchestrer les apprentissages dans sa classe tout en prenant en compte des différences de développement personnel des élèves.

a) Restructuration des profils de Pépite

Le profil cognitif d'un élève est structuré en deux parties : le stéréotype auquel il appartient et des caractéristiques personnelles selon les trois dimensions du stéréotype en termes de taux de réussite, de points positifs ou leviers, de fragilités avec une liste d'erreurs représentatives du profil de l'élève (Cf. figure 5).

21	Date du test : 29/09/2004	Classe : 2nd 10
Mickael	Questions traitées : 61 % Taux de réussite aux questions traitées : 61 %	Imprimer ce profil

Stéréotype et commentaires		Caractéristiques personnelles
UA3	**Usage de l'algèbre Niveau 3** L'élève ne résout pas assez d'exercices avec la démarche algébrique. Ses justifications sont mal assurées : - soit elles sont trop rarement correctes - soit elles comportent des arguments non algébriques ou incomplets	Exercices de mathématisation : Taux de réussite : 18 % Leviers Début d'utilisation de l'algèbre pour prouver Fragilités L'outil algébrique n'est pas bien maîtrisé et justification par l'algèbre dominante dans un contexte trop faible En particulier… Justification de type scolaire reposant sur l'application de règles incorrectes ✓Exercice 4c Justification en langage naturel ✓Preuve avec utilisation de propriétés énoncées en langage naturel à l'exercice 4a
T3	**Traduction Niveau 3** L'élève a des difficultés : - soit à exprimer algébriquement les relations entre variables - soit à associer une expression algébrique à une autre représentation (ou vice versa). Dans au moins un cas, l'écriture symbolique est utilisée pour « sténographier » ou abréger la situation, c'est à dire sans retrouver les relations entre les différentes variables en jeu.	Exercices de reconnaissance : Taux de réussite : 48 % Fragilités Traduction abréviative En particulier… Traduction incorrecte ✓Expression non parenthésée ou confusion aire – périmètre à l'exercice 3 ✓Confusion produit – somme à l'exercice 5a ✓Traduction incorrecte pour : retrancher du résultat, à l'exercice 11p1b Traduction abréviative ✓Mauvais calcul avec les coordonnées des points d'intersection avec les axes dans l'exercice 7 ✓6xE=P traduit terme à terme par la relation : il y a 6 fois plus d'élèves que de professeurs à l'exercice 10
CA3	**Calcul algébrique Niveau 3** L'élève ne réussit pas à mener des calculs : - soit il ne maîtrise pas le rôle des opérateurs - soit il s'est construit des règles de calcul fausses	Exercices techniques : Taux de réussite : 14 % Fragilités Rôle des opérateurs non maîtrisé En particulier… Utilisation inadaptée des parenthèses mais qui conduit toutefois à un résultat correct ✓Expression non parenthésée. A+3(a+b) pour (a+3)(a+b) à l'exercice 3p2 Utilisation inadaptée des parenthèses et qui conduit à un résultat incorrect ✓3+5a=8a à l'exercice 2 Utilisation de règles de transformation fausses identifiées ✓Erreur dans l'identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)^2$ à l'exercice 9a ✓Règle incorrecte ax=b donne x=-b/a à l'exercice 9c Identification incorrecte de x et + : Linéarisation des expressions

		✓Confusion dans le rôle de x et + à l'exercice 9d Identification incorrecte de x et + : Assemblage des termes ✓Mauvais regroupement $(x+2)^2-5(x+2)=(x+2)(2-5)$ à l'exercice 9b

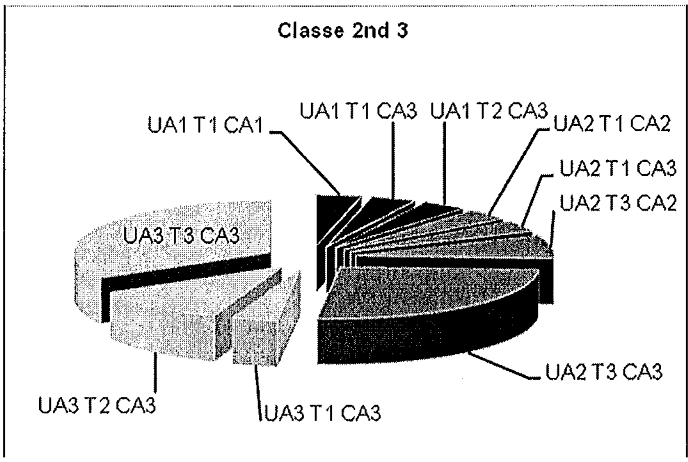
Figure 5 : Profil de Mickaël construit par PépiStéréo (Vincent et al. 2005)

Les informations données, les points forts ou leviers, les fragilités et leur illustration à partir d'une liste d'erreurs, les taux de réussite, sont obtenues à partir du croisement entre l'analyse didactique a priori des tâches diagnostiques, le codage des réponses des élèves dans PépiDiag, le calcul des taux à partir de ces codages.

Lors des expérimentations réalisées dans cinq classes de seconde, cette présentation est apparue compréhensible et significative aux enseignants auprès desquels nous l'avons testée (dix enseignants).

b) Géographie cognitive de la classe

PépiStéréo classe aussi les élèves d'une classe par stéréotype. L'enseignant dispose ainsi d'une photographie de groupes d'élèves ayant des compétences voisines en algèbre. A chaque groupement d'élèves par stéréotype, PépiStéréo propose des objectifs prioritaires d'apprentissage adaptés.



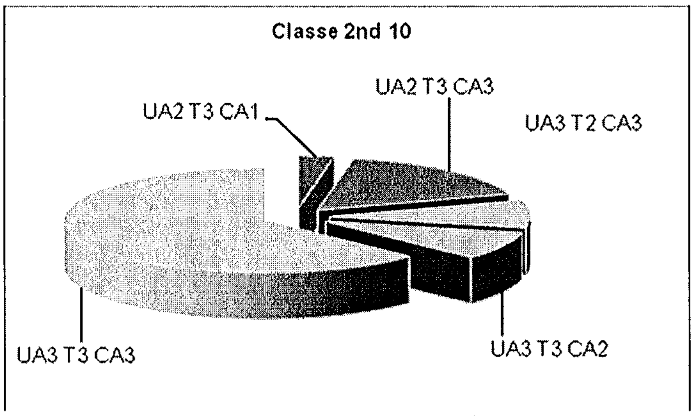


Figure 6 : Géographie cognitive de deux classes de seconde

La Figure 6 présente la géographie cognitive de deux classes de seconde en début d'année. Ces deux représentations proposées par PépiStéréo confirment le point de vue des professeurs de mathématiques sur ces deux classes : une bonne classe hétérogène pour la classe de $2^{nde}3$ (moitié de la classe aux niveaux 1 et 2 pour UA), une classe homogène mais faible pour la $2^{nde}10$ (deux tiers de la classe en UA3 T3 CA3).

Si en théorie on dispose de trente six stéréotypes, certains sont improbables (Cf.III.B.2). Dans le corpus de trois cent quarante élèves de troisième et seconde dont nous disposons à l'heure actuelle, *treize stéréotypes* ont été relevés et *souvent moins de six stéréotypes différents* dans une classe, ce qui nous rapproche du nombre de catégories spontanément identifiées par les enseignants (Vincent et al. 2005).

PépiStéréo affiche les objectifs stratégiques d'apprentissage associés aux différents stéréotypes avec des exemples de situations appropriées. Cette proposition semble plus adaptée aux pratiques habituelles des professeurs. Mais les enseignants disent que les propositions restent encore sommaires et pas suffisamment détaillées. Ces premiers tests n'invalident pas la deuxième hypothèse de travail. Les résultats de ceux-ci ne constituent pas une validation externe mais en constituent des prémices. D'autres expérimentations devront être menées pour analyser l'instrumentation de PépiStéréo par les enseignants dans différents scénarios.

C. *Une adaptation du modèle de stéréotype à d'autres niveaux scolaires (Chenevotot-Quentin et Grugeon-Allys 2008)*

1. Adapter le diagnostic à d'autres niveaux scolaires

Après avoir proposé une adaptation des tests d'évaluation à d'autres niveaux scolaires (Chenevotot et Grugeon-Allys 2008), nous avons été amenées à transférer l'analyse multidimensionnelle pour construire les profils cognitifs en algèbre et les stéréotypes à d'autres niveaux d'enseignement de la scolarité. Nous étions confrontées à plusieurs questions. Le modèle didactique de stéréotype est-il exploitable à différents niveaux scolaires ? Ce modèle peut-il être utilisé, voire complété, pour établir le profil des élèves à différents niveaux ?

En début d'apprentissage de l'algèbre, le calcul algébrique va s'ancrer sur la compétence numérique des élèves, c'est-à-dire sur leur capacité à produire, à interpréter des expressions numériques et à les calculer. Le modèle didactique initial de stéréotype ne permet pas d'exploiter les données concernant le calcul numérique. Nous avons fait l'hypothèse que le poids des tâches diagnostiques dans le cadre numérique doit être plus important que dans le test d'évaluation en fin de scolarité obligatoire. La transposition du test *Pépite*, depuis le niveau fin de 3ème / début de 2nde jusqu'au niveau fin de 5ème / début de 4ème, conduit donc à faire évoluer la caractérisation d'un stéréotype. En effet, pour prendre en compte l'importance du cadre numérique en début d'apprentissage, nous avons du compléter les trois composantes du stéréotype par la composante CN « Calcul numérique ».

Nous avons structuré la composante CN en 3 niveaux, obtenus en transposant ceux organisant la composante CA (Cf. tableau 16 et 17). Au-delà de la transposition des procédures de calcul des stéréotypes, cette extension nous a amenés à réinterroger la stratégie pour déterminer les trois modes de la composante CA et la présentation des indicateurs les explicitant. La comparaison des composantes CA et CN, nous a amenées en effet à privilégier une stratégie d'analyse didactique *a priori* prenant directement en compte des indicateurs clefs utilisés pour définir les trois niveaux trouvés dans l'analyse empirique. Les deux démarches conduisent-elles à un modèle analogue ?

Prenons l'exemple du problème du « prestidigitateur » :

Khemarak	Stéphane	Karine	Laurent	Stéphanie
Soit 5 un nombre ((5+8)×3-4+5)/4+2-5= ((13)×3-4+5)/4+2-5= (39-4+5)/4+2-5= 10+2-5= 10-3= 7	pour le nombre 3, 3+8 ×3 – 4+3/4 + 2 – 3 = 22,75	x + 8 = 8x 8x 3 × 8x = 24+3x= 27x 27x-4 = 23x 23x+x=24x 24x/4=6x 6x+2=8x 8x-x=7	=[(x+8)×3-4+x]/4+2-x =(3x+24-4+x)/4+2-x =4x+20/4 + 2-x =x+5 +2-x =7	=[(x+8)×3-4+x]/4+2-x =(3x+24-4+x)/4+2-x =(4x+20)/4 + 2-x =x+5 +2-x =7

Figure 7 : Exemples de stratégies de calcul

Les solutions de Khemarak et de Stéphanie relèvent de la même compétence de calcul dans le numérique ou dans l'algébrique, CN1 ou CA1 : prise en compte des règles syntaxiques et sémantiques, de la dénotation de l'expression, d'un travail sur la structure des expressions.

Les solutions de Stéphane et de Karine correspondent respectivement à CN3 et CA3 : calcul non opératoire (prise en compte incorrecte des règles de formation d'écritures, non prise en compte des priorités opératoires) et peuvent s'apparenter à une conception pseudo-structurale des expressions.

La solution de Laurent relève de CA2 : règles de transformation correctes mais erreur dans les règles de formation (omission des parenthèses) : il n'y a pas contrôle du calcul au niveau de la dénotation de l'expression.

Nous extrayons des techniques utilisées pour réaliser des types de tâches de même genre, des modes de calcul liés aux éléments technologiques et théoriques mis en jeu (Chevallard 1999), à partir de deux indicateurs. Nous les explicitons en trois niveaux. Pour les deux composantes CN et CA, le premier indicateur « mode technique » correspond à la prise en compte du double aspect syntaxique (règles de formation et de transformation utilisées) et sémantique (dénotation, sens) des expressions numériques ou algébriques pour les manipuler. Nous proposons trois valeurs : non opératoire (pas de prise en compte de la dimension syntaxique et sémantique), calcul peu contrôlé (prise en compte de la dimension syntaxique sans contrôle sémantique), calcul intelligent (prise en compte de la double dimension syntaxique et sémantique). Le deuxième indicateur « mode d'interprétation » correspond à la capacité d'interprétation des expressions numériques ou algébriques à la fois au niveau procédural et structural (Sfard 1991) pour développer une nécessaire fonction d'adaptabilité dans l'interprétation des expressions et en faire des usages variés. Nous proposons trois valeurs : pseudo-structural, procédural, adaptable (procédural ou structural selon le besoin).

Cette description d'un point de vue théorique confirme le modèle obtenu dans la démarche expérimentale à partir des trois analyses sur le corpus. L'algorithme de calcul proposé reste indispensable. La question de la formulation des stéréotypes auprès des enseignants reste posée.

CN1	Calcul intelligent avec une bonne adaptabilité	Traitement numérique prenant en compte les aspects syntaxique et sémantique des expressions. S'appuyant sur une adaptabilité dans l'interprétation des expressions selon les usages visés (conception structurale et procédurale).
CN2	Calcul peu contrôlé	Traitement essentiellement syntaxique, contrôle sémantique faible, avec des erreurs récurrentes de transformation liées à une conception procédurale des expressions.
CN3	Calcul non opératoire	Traitement non opératoire s'appuyant sur une conception pseudo-structurale, mettant en jeu des règles de formation et de transformation incorrectes

Tableau 17 : Caractérisation de la composante numérique CN.

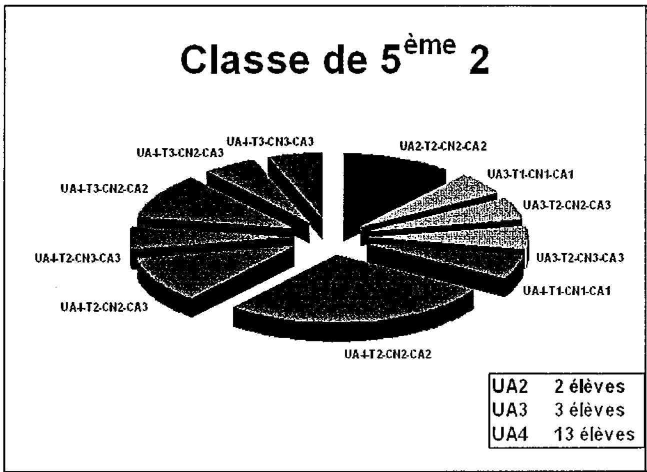
CA1	Calcul intelligent avec une bonne adaptabilité	Traitement algébrique prenant en compte les aspects syntaxique et sémantique des expressions s'appuyant sur une adaptabilité dans l'interprétation des expressions selon les usages visés (conception structurale et procédurale).
CA2	Calcul peu contrôlé	Traitement essentiellement syntaxique, contrôle sémantique faible, avec des erreurs récurrentes de transformation liées à une conception procédurale des expressions privilégiée.
CA3	Calcul non opératoire	Traitement non opératoire (par exemple concaténation) s'appuyant sur une conception pseudo-structurale des expressions

Tableau 16 : Caractérisation de la composante algébrique CA

L'introduction de cette composante supplémentaire nous semble essentielle pour penser le choix des situations d'apprentissage adaptées aux stéréotypes d'une classe de ce niveau scolaire. En particulier, nous faisons l'hypothèse qu'un pré-profil numérique de niveau 3 risque d'être un obstacle à l'entrée dans la pensée algébrique et nécessite la mise en place de situations d'apprentissage spécifiques du cadre numérique.

2. Une validation de l'adaptation des stéréotypes : géographie cognitive de deux classes de 5^{ième}

Le test de niveau fin 5ème / début de 4ème a été soumis, au milieu du 2ème trimestre de l'année scolaire 2006/2007, à deux classes de 5ème gérées par le même professeur de mathématiques. La géographie cognitive des deux classes confirme et précise le point de vue du professeur : les deux classes sont assez bonnes mais très hétérogènes, avec une très bonne classe de tête et quelques élèves en très grandes difficultés.



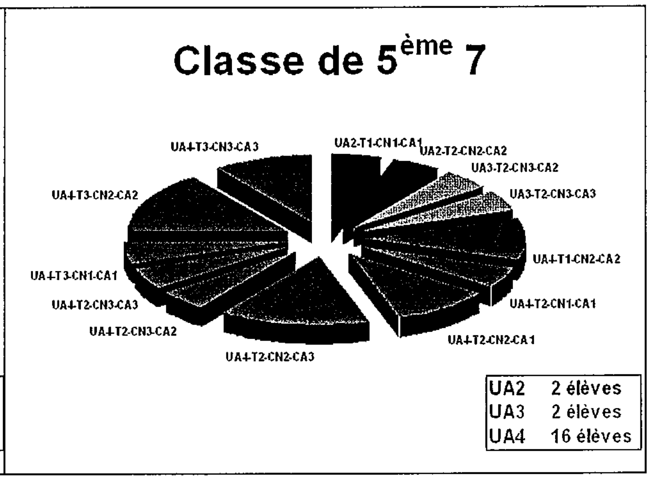


Figure 8 : Géographie cognitive de la classe de $5^{\text{ème}}$ 2

Figure 9 : Géographie cognitive de la classe de $5^{\text{ème}}$ 7

L'analyse met clairement en évidence que les élèves ne respectant pas les priorités opératoires et la structure des expressions numériques (CN3) ont majoritairement des difficultés de même nature en calcul algébrique (CA3). Le mode de fonctionnement numérique semble bien servir d'ancrage à l'algébrique. De plus, pour la majorité des élèves, il y a une corrélation entre les composantes CNi et CAj, avec $i \leq j$ majoritairement. Ces résultats justifient l'existence de la composante CN. Il faut maintenant développer cette analyse sur une plus grande échelle.

IV. Modélisation de familles de situations d'interactions (Grugeon, Coulange et al. 2003)

Ce paragraphe présente les principaux résultats obtenus dans le cadre du projet LINGOT sur l'axe apprentissage avec Coulange. Nous rappelons que l'un des objectifs de ce projet était « de mettre à disposition des enseignants des environnements logiciels qui les aident dans des tâches complexes d'enseignement, telles que la gestion de l'hétérogénéité, la différenciation de l'enseignement, l'aide individualisée ». Nous présentons la modélisation didactique utilisée pour définir des familles de situations d'interactions à partir de modèles en EIAH (Delozanne 1994) et de modèles didactiques pour le paramétrage de situations d'apprentissage (Bardini 2003, Coulange 2001, Coulange et De Cotret 2002). Nous l'illustrons sur des exemples.

A. Articuler deux points de vue en didactique des mathématiques et en EIAH

Comment déterminer des familles de situations d'apprentissage informatisées, adaptées aux profils cognitifs en algèbre identifiés par PÉPITE ou reformulés par PÉPISTÉRÉO dans le but de les faire évoluer. Nous avions l'ambition de proposer une modélisation didactique pour faire générer automatiquement de telles situations afin d'envisager des parcours différenciés d'apprentissage en algèbre.

L'équipe a repris dans des travaux antérieurs en EIAH (Delozanne 1994, Dubourg et al. 1995, Bruillard et al. 2000) un instrument pour spécifier un logiciel d'apprentissage : le modèle des situations d'interaction. Pour obtenir un modèle paramétré de familles de situations, nous l'avons exploité avec les concepts de situation didactique et de variables didactique dans le cadre de la théorie des situations. Nous explicitons la méthodologie utilisée.

1. Situation d'interaction – famille de situations d'interactions en EIAH

Une situation d'interaction est définie par trois descripteurs, un objectif d'apprentissage, une tâche, une interaction système-élève décrite par :
- des actions du système (*via* des outils de résolution et de contrôle) et les stratégies associées,
- des actions de l'élève (*via* des outils de résolution et de contrôle disponibles) et les stratégies associées.

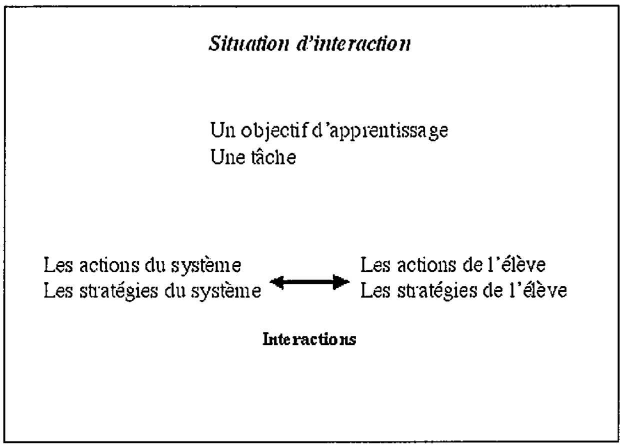


Figure 10 : Situation d'interaction (Grugeon, Coulange et al. 2003)

Dubourg a enrichi le modèle « statique » de situation d'interaction en paramétrisant les tâches et les interactions la décrivant : il a défini ainsi une famille de situations d'interactions. La variation des paramètres spécifiques de la tâche et de l'interaction système-élève permet de faire varier les situations d'interaction relativement à un objectif d'apprentissage défini *a priori*.

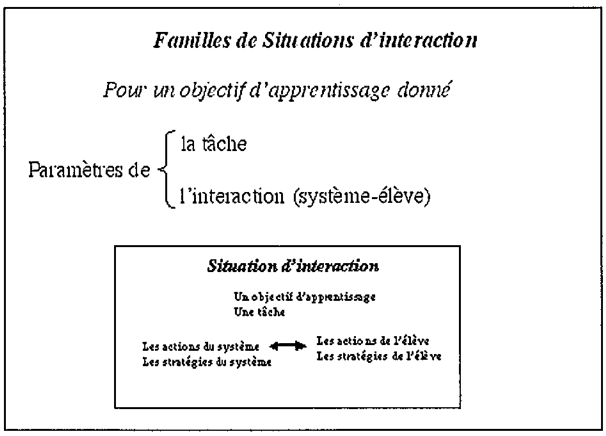


Figure 11 : Familles de situations d'interaction (Grugeon, Coulange et al. 2003)

Dans le but de faire générer automatiquement des familles de situations d'interaction adaptées à différents fonctionnements cognitifs d'élèves en algèbre, nous avons pris appui sur les travaux en didactique des mathématiques et de l'algèbre.

2. Des familles de situations d'interactions dans le domaine de l'algèbre élémentaire

- *Objectifs d'apprentissage en algèbre*

Nous avons caractérisé les objectifs d'apprentissage à partir du découpage multidimensionnel du savoir algébrique à enseigner (Grugeon 1995). A chaque objectif d'apprentissage, nous avons rattaché diverses situations d'apprentissage envisageables, associées à une ou plusieurs feuilles de la représentation arborescente schématisée ci-dessus.

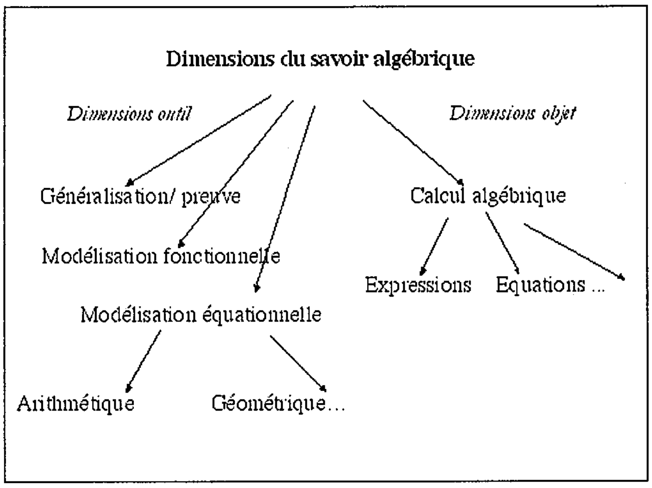


Figure 12 : Découpage multidimensionnel du savoir algébrique (Grugeon, Coulange et al. 2003)

Dans le cadre du projet LINGOT, nous avons travaillé plus particulièrement deux objectifs d'apprentissage : la mise en équation de problèmes arithmétiques au sein de la dimension *outil* et l'interprétation d'expressions algébriques au sein de la dimension *objet.*

- *Paramètres d'une famille de situations d'interactions*

Un objectif d'apprentissage étant fixé, nous avons utilisé les outils de la théorie des situations (Brousseau 1986), (Coulange 2001) pour associer la définition de tâches, d'interactions et de paramètres aux objets du savoir algébrique en jeu. Nous avons modélisé ainsi le couple (tâche, interactions) par le concept de situation didactique et les paramètres pertinents sur lesquels jouer pour faire évoluer les procédures des élèves par les variables didactiques associées à la situation. Cette paramétrisation des tâches et des interactions est un levier sur lequel jouer pour permettre à l'enseignant de choisir une situation d'apprentissage adaptée aux profils cognitifs des élèves en algèbre ou à des stéréotypes en algèbre.

3. Une modélisation pour deux objectifs d'apprentissage

- *Associer deux représentations d'une expression*

Nous nous sommes appuyées sur les travaux de Bardini (Bardini 2003) pour construire une famille de situations d'interactions ayant comme objectif de faire associer une expression algébrique à une autre représentation en langage naturel. Dans le dernier chapitre de sa thèse, Bardini a défini un modèle didactique qui permet de paramétrer des situations qui mobilisent des écritures algébriques. Une expression algébrique est représentée comme un arbre structuré par des assembleurs qui sont des opérateurs unaires ou binaires (+, -, x, /, √...). Chaque assembleur dans l'expression algébrique se voit ainsi attribuer un niveau. La complexité d'une expression algébrique peut être alors définie en fonction des variables didactiques suivantes : les constantes, les variables désignées par des lettres a, b, ...,z ; les opérateurs unaires (racine carrée, carré, opposé, etc.) et binaires (addition, différence, multiplication, quotient...), le niveau de l'arborescence donné par celui de l'assembleur de plus haut niveau et sa structure interne.

- *Mettre en équation un problème arithmétique de type donné*

Nous avons exploité la recherche de Coulange (Coulange 2001) en ce qui concerne la mise en équation de problèmes arithmétiques. Coulange a défini un modèle de problème fondamental du premier degré, et décrit des variables pertinentes relativement à la mise en équations de cette classe d'énoncés : des variables liées à la structure des problèmes, et des variables attenantes à l'état du processus de modélisation : désignations plus ou moins explicites des grandeurs inconnues, relations entre grandeurs connues et inconnues dans l'énoncé écrit (Duval et al. 1993), nombre et nature des équations auxquelles peut se ramener l'énoncé, domaine numérique des grandeurs inconnues, etc.

B. *Des environnements logiciels d'apprentissage (Grugeon, Coulange et al. 2003, Delozanne, Grugeon et al. 2005)*

Dans le cadre du projet LINGOT plusieurs familles paramétrées de situations d'interaction ont été développées.

- *PORTRAIT-ROBOT* a pour objectif de faire découvrir une expression algébrique par un jeu du portrait ;
- *AILE* a pour objectif de faire associer interactivement une expression algébrique et une traduction en langage naturel (programme de calcul, expression du résultat) ;

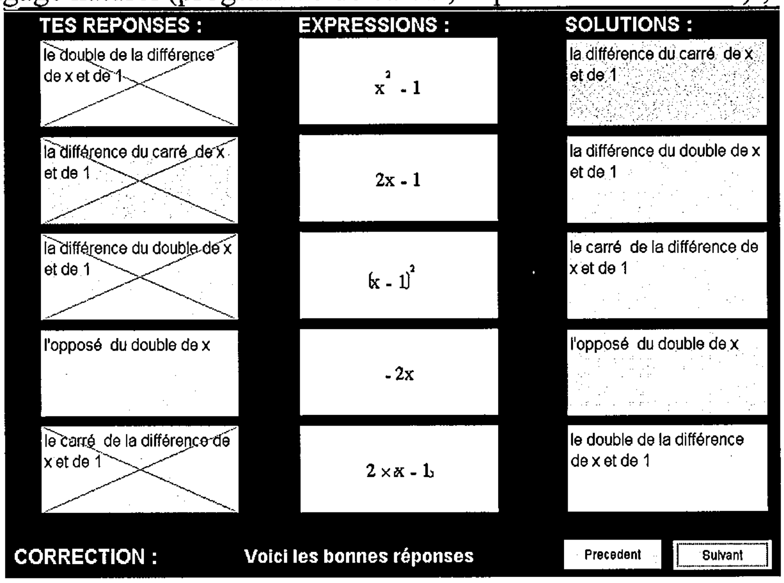


Figure 13 : Ecran proposé par le logiciel *AILE* (Grugeon, Coulange et al. 2003)

- *CIME* vise à faire compléter interactivement une mise en équation, soit à partir de l'équation, soit à partir de l'énoncé.

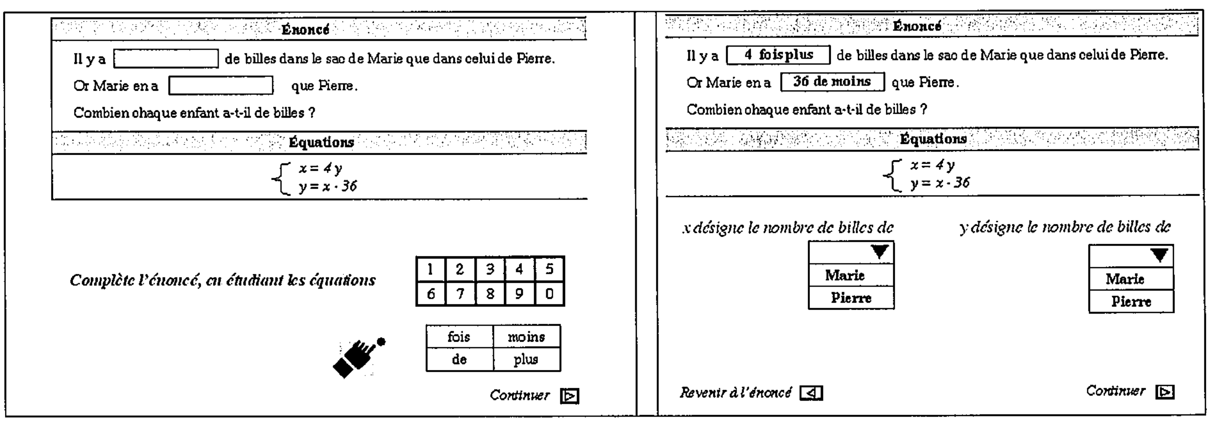


Fig. 7a Consigne initiale dans CIME Le système met à disposition une palette de mots et de chiffres	Fig. 7b Identification des inconnues Suite à une erreur, le système demande d'identifier les inconnues

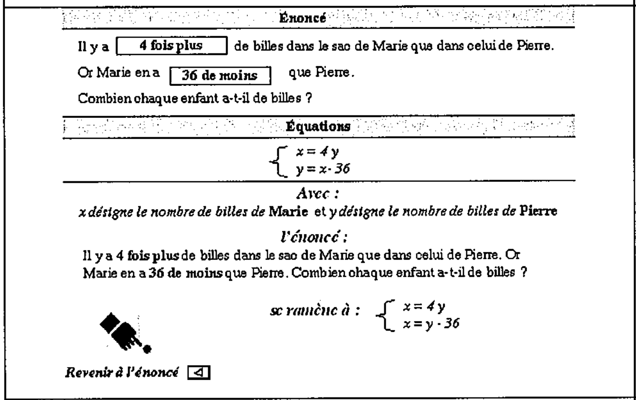
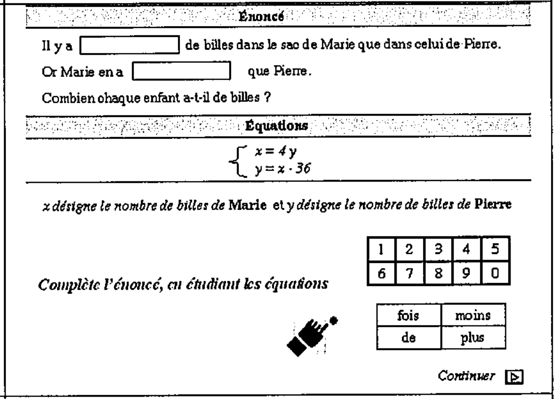

	

Fig. 7c Mise en contradiction de la réponse d'élève Le système renvoie les équations obtenues à partir de l'énoncé, tel qu'il a été complété par l'élève	Fig.7d Retour à l'énoncé Le système met à disposition une palette de mots et de chiffres pour compléter l'énoncé, et les inconnues désignées

Figure 14 : Exemple de situation d'interaction CIME (Grugeon, Coulange et al. 2003)

La conception de *PORTRAIT-ROBOT* et *AILE* a pris appui sur les travaux de Bardini. Celle de CIME a pris appui sur les travaux Coulange et de René de Cotret en exploitant un environnement informatique existant : « Bouchons les trous » (Lemoyne et al. 2002).

Nous présentons la conception de la famille paramétrée de situations d'interaction à la base de CIME. Il s'agit pour l'élève soit de compléter le libellé d'un problème lacunaire à partir de la donnée d'une ou plusieurs équations associées fournies, soit de compléter une équation lacunaire à partir d'un libellé de problème complet.

Coulange a d'abord défini une liste de variables pertinentes, relativement aux tâches CIME, ainsi que les conditions sur ces variables, rendant leur automatisation possible : la structure du problème donné (ici problème du premier degré de type rapport et différence) et les conditions numériques liées aux relations en jeu ; la forme écrite de l'énoncé, plus ou moins congruente avec les équations ; le nombre d'équations et d'inconnues ; les équations de forme plus ou moins congruente avec l'énoncé ; le nombre et la place des trous ; le contenu des trous à compléter (opérateurs, données numériques, etc.).

Ensuite, nous avons mis en évidence des variables liées aux outils mis à disposition par le système (palettes de mots ou de chiffres, présence ou non d'une feuille de brouillon de calculs, etc.) et au type de rétroactions du système. La trame des stratégies du système, apparente dans l'exemple développé suite à une erreur de l'élève dans les écrans présentés ci-dessus – identification des inconnues et mise en contradiction puis retour à la tâche initiale – est facilement généralisable à cet ensemble de tâches. Du côté des outils du système, ceux mis à disposition dans les maquettes présentées, peuvent également être mis à profit sur l'ensemble des tâches générées.

Pour plus de détails, nous renvoyons à l'article de Grugeon, Coulange et al. (2003) qui développe les choix réalisés en ce qui concerne les situations didactiques et les variables pour organiser une gestion adaptée des interactions en fonction du profile de l'élève.

V. Conclusion

A. Retour sur les questions de recherche

Les questions de recherche concernaient la modélisation didactique des tâches, tant diagnostiques que d'apprentissage, la modélisation de l'apprenant, l'utilisation par les enseignants des environnements informatiques réifiant ces modèles. La présentation des résultats de recherche, réalisés dans le cadre du projet LINGOT, a montré la richesse et l'efficacité de la confrontation entre des approches théoriques différentes des domaines informatique et didactique, pour y apporter des réponses. Les questions posées par les informaticiens de l'équipe nous ont montré l'intérêt de combiner plusieurs approches didactiques pour résoudre des problèmes difficiles : la théorie anthropologique (Chevallard 1999), la théorie des champs conceptuels et l'algèbre (Vergnaud 1992) et la théorie des situations (Brousseau 1986). Leur coordination a permis de dégager des variables didactiques qui sont au cœur de la modélisation didactique tant pour les tâches diagnostiques que d'apprentissage.

1. Modélisation didactique des tâches diagnostiques et d'apprentissage

Nous avons conçu une modélisation didactique d'un test d'évaluation en algèbre élémentaire, exploitable à différents niveaux scolaires de l'enseignement secondaire. Il s'appuie sur la définition de variables didactiques obtenues en croisant le modèle de la compétence défini en fin de scolarité obligatoire et l'organisation mathématique globale relative à l'algèbre élémentaire à un niveau scolaire donné.

La réflexion commune menée dans l'équipe de recherche pour cette modélisation a été un support pour concevoir le modèle conceptuel informatique de classes d'exercices, mis en œuvre par Prévit dans le système PépiGen (Prévit 2008). De plus, l'élaboration et l'implémentation du composant de calcul formel Pépinière qui génère automatiquement, lors de la génération des exercices, des réponses et des raisonnements anticipés à partir de l'analyse *a priori* d'une expression algébrique ainsi que l'analyse automatique des réponses et raisonnements corrects ou incorrects des élèves est un résultat important. Cette avancée va permettre d'implémenter une nouvelle version du logiciel Pépite plus fiable au niveau du diagnostic en algèbre élémentaire car Pépinière permet d'analyser des réponses et des raisonnements à des questions ouvertes et l'envisager.

De même, avec Coulange, nous avons défini un modèle de famille paramétrée de situations d'interactions dans le domaine de l'algèbre élémentaire en coordonnant les travaux menés sur le modèle de familles de situations d'interaction (Delozanne 1994, Dubourg et al. 1995) et sur la modélisation didactique des situations didactiques dans le champ de l'algèbre élémentaire (Grugeon 1995, Coulange 2001, Bardini 2003, Grugeon, Coulange et al. 2003). Nous avons utilisé les outils de la théorie des situations (Brousseau 1986, Coulange 2001) pour associer la définition de tâches, d'interactions et de paramètres aux objets du savoir algébrique en jeu. Aux tâches et aux interactions sont attachées des variables didactiques liées au savoir algébrique en jeu. Le modèle conceptuel informatique de classes d'exercices permet de réinterroger la conception de la gestion de l'interaction mise en place dans les environnements informatiques implémentés, CIME ou PORTRAIT-ROBOT. La gestion de l'interaction est liée au type de rétroactions du système aux réponses de l'élève : jusqu'à présent l'analyse portait sur une rétroaction à un pas. Nous pouvons faire évoluer la modélisation de la gestion de l'interaction en prenant maintenant en compte la possibilité d'analyser informatiquement un raisonnement algébrique global.

2. La modélisation de l'apprenant

Nous avons défini le modèle de stéréotype comme une classe de profils « équivalents » c'est-à-dire un ensemble de profils pour lesquels les compétences algébriques des élèves peuvent être jugées suffisamment proches pour bénéficier d'un diagnostic similaire et de situations d'apprentissage ayant les mêmes objectifs prioritaires d'apprentissage. Le stéréotype est un triplet (UA_i, T_j, CA_k), $i \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$, $j \in \{1 ; 2 ; 3\}$, $k \in \{1 ; 2 ; 3\}$, chaque composante UA_i, T_j et CA_k, correspondant à des niveaux de fonctionnement, respectivement, à mobiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes du domaine algébrique, à traduire ou interpréter des écritures algébriques en relation avec des représentations dans d'autres registres de représentation, à maîtriser le calcul algébrique.
Ce nouveau modèle didactique permet de :

- réifier le modèle cognitif de l'élève en algèbre élémentaire comme un couple constitué, du stéréotype auquel il appartient et de ses caractéristiques personnelles selon les trois dimensions du stéréotype en termes de taux de réussite, de points positifs ou leviers, de fragilités avec une liste d'erreurs représentatives,
- définir la géographie cognitive d'une classe, les élèves ayant des compétences voisines en algèbre étant regroupés par stéréotype.

Avec Chenevotot-Quentin (Chenevotot-Quentin, Grugeon-Allys et Delozanne 2008), nous avons adapté le modèle de stéréotype à d'autres niveaux scolaires de l'enseignement secondaire en ajoutant la composante CN, permettant d'étudier le niveau de fonctionnement à maîtriser le calcul numérique. Cette étude a montré l'efficacité des cadres théoriques de la didactique pour identifier les niveaux de fonctionnement en calcul numérique en comparant les cohérences de fonctionnement et leur évolution dans les cadres numérique et , par une analyse didactique et cognitive adaptée.

Le modèle de stéréotype a été implémenté dans le logiciel PépiStéréo (Vincent et al 2005) qui automatise la construction des profils cognitifs des élèves et de la géographie cognitive d'une classe. C'est une première réponse à la demande des enseignants d'outils pour exploiter le diagnostic afin de réguler leur enseignement : PépiStéréo propose des éléments de stratégies d'enseignement appropriées aux différents stéréotypes d'une classe.

B. Des perspectives de recherche

Nous souhaitons vivement que la collaboration riche entre les équipes d'informaticiens et de didacticiens continue dans le cadre du projet LINGOT. De questions nouvelles sont apparues lors des recherches et des expérimentations en cours. Il s'agit maintenant de poursuivre la dynamique de recherche engagée et de faire évoluer les méthodologies.

1. Des modélisations didactiques pour un diagnostic dynamique

- *Test adaptatif*

Les enseignants demandent des outils d'évaluation, adaptables à leur stratégie pour réguler leur enseignement et économes en temps. Il s'agit de progresser vers un diagnostic adaptatif. Pour ceci, nous faisons l'hypothèse qu'il est nécessaire de définir des tâches diagnostiques prédictives. Une tâche diagnostique prédictive est une tâche qui permet de déterminer plusieurs aspects de la compétence algébrique considérés comme informatifs et déterminants pour l'évolution de la pensée algébrique de l'élève, à un niveau donné.

Avec Chenevotot-Quentin, nous avons déjà testé cette hypothèse à partir d'un test diagnostic élaboré en $5^{\text{ième}}$ / $4^{\text{ième}}$, en comparant les stéréotypes obtenus et en analysant les réponses des élèves sur l'ensemble des douze tâches et sur cinq tâches définies comme prédictives. Les premiers résultats sont déjà convaincants : l'analyse des réponses des élèves aux cinq tâches prédictives a permis d'obtenir les mêmes stéréotypes qu'avec le test diagnostic complet sur les composantes UA, T, CA, seuls les niveaux sur CN sont différents mais en cohérence. Il s'agit maintenant de généraliser les expérimentations à d'autres niveaux pour tester la robustesse de notre première modélisation.

- *Nombre de tâches diagnostiques d'un test assisté*

Nous avons vu qu'au-delà de la détermination des types de tâches intervenant dans un test d'évaluation à un niveau scolaire donné, obtenu à partir de la connaissance de l'organisation mathématique globale du thème algébrique dans les programmes, il reste une certaine ouverture dans la sélection des tâches diagnostiques. Cette difficulté est liée à l'élaboration de toute évaluation. Une étude de travaux de recherche sur l'évaluation peut ouvrir des pistes pour affiner le modèle des tâches diagnostiques génériques déjà défini.

2. La différenciation de l'enseignement : des stratégies d'apprentissage adaptées aux stéréotypes

Des perspectives de recherche concernent la définition de stratégies d'apprentissage adaptées aux profils d'élèves ou à la géographie cognitive d'une classe. Le projet LINGOT avait pour objectifs de permettre aux enseignants de prendre en compte la diversité cognitive des élèves pour réguler les apprentissages et de leur proposer des environnements informatiques pour faciliter la différenciation. Pépite et Pépistéréo permettent de décrire la diversité cognitive. Au-delà des logiciels CIME, AILE, il s'agit de définir d'autres familles de situations d'interactions visant d'autres types de tâches algébriques. Un travail important de modélisation didactique reste ouvert, tant dans la définition de stratégies d'apprentissage adaptées que dans celle de stratégies d'interaction adaptées, en fonction des stéréotypes et des caractéristiques personnelles. Il s'agit aussi de prendre en compte des informations concernant des leviers pertinents visant à faire évoluer le profil des élèves en algèbre. Cette demande nécessite un travail de recherche sur la définition de stratégies d'apprentissage paramétrées associées des classes de profils. La recherche engagée portait sur la définition de parcours d'apprentissage à plusieurs pas. Les études ont vite révélé des difficultés importantes dans la prise de décisions sur le choix des types de tâches à sélectionner. La recherche va continuer en prenant en compte la possibilité de travailler sur un diagnostic adaptatif, et en étroite collaboration avec des professeurs de terrain.

3. L'instrumentation du côté de l'enseignant et des élèves

Dans le cadre de l'expérimentation de la nouvelle version de Pépite, nous sommes confrontés aux questions posées par une intégration efficace de tels EIAH dans l'enseignement des mathématiques, ici l'enseignement de l'algèbre élémentaire. Des perspectives de recherche apparaissent à trois niveaux :

- l'instrumentation des outils de diagnostic et des conditions à mettre en place pour leur intégration efficace à une pratique habituelle d'évaluation en classe ; il s'agit de définir en lien avec l'approche instrumentale, des conditions de prises en main et d'utilisation de Pépite liées à des procédures de diagnostic implicites des enseignants ;
- la personnalisation de l'apprentissage de l'algèbre et la conception d'une interface adaptée aux élèves pour présenter le diagnostic et donner des pistes de travail ;
- la conception de nouveaux outils pour instrumenter le travail des enseignants en prenant en compte leurs pratiques réelles.

Annexe *1* : Modèle conceptuel informatique des exercices (Prévit 2008)

Indexation	
Objectifs	Etudier - le type de preuve utilisée (preuve par l'exemple ou preuve algébrique) pour prouver qu'un énoncé est vrai - le type de traitement algébrique mobilisé (utilisation d'une expression globale parenthésée prenant en compte l'enchaînement des opérations ou calculs pas à pas faisant apparaître les résultats intermédiaires) - la gestion de l'articulation entre différents cadres (algébrique, arithmétique et langage naturel) - la signification accordée au signe d'égalité
Composantes	1 - Effectuer du calcul algébrique 2 - Utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes 3 - Traduire algébriquement dans différents cadres (géométrique, graphique, langage naturel)
Capacités	- Composante 1 : Réduire une expression littérale - Composante 2 : Produire une expression littérale, démontrer des règles de calcul, des propriétés, des identités - Composante 3 : Traduire un programme de calcul en langage naturel en une expression algébrique » pour la troisième
Type de tâche	- Produire une expression littérale à partir d'un programme de calcul - Prouver qu'une affirmation est vraie
Critères d'évaluation	V1, V2, V3 : critères d'évaluation de la dimension « Validité » V1 : Traitement correct | V2 : Traitement correct partiel ou non attendu V3 : Traitement incorrect
	L1, L2,L3, L5 : critères d'évaluation de la dimension « Utilisation des lettres » L1 : Utilisation correcte des lettres L2 : Utilisation des lettres pour leur substituer des valeurs numériques L3 : Utilisation des lettres pour faire du calcul algébrique avec des règles fausses L5 : Aucune utilisation des lettres
	EA1, EA2, EA31, EA32, EA33, EA41, EA42 : critères d'évaluation de la dimension « Calcul algébrique » EA1 : Utilisation correcte des règles de transformation EA2 : Maîtrise technique fragile EA31 : Utilisation inadaptée des parenthèses qui conduit à un résultat correct EA32 : Utilisation inadaptée des parenthèses qui conduit à un résultat incorrect EA33 : Utilisation de règles de transformation fausses identifiées EA41 : Les règles de transformation utilisées linéarisent les expressions : EA42 : Les règles de transformation utilisées « assemblent » les termes
	T1, T2, T3, T4 : critères d'évaluation de la dimension « Traduction » T1 : Traduction correcte T3 : Traduction incorrecte T2 : Traduction correcte non attendue T4 : Traduction abréviative
	J1, J2, J3 : critères d'évaluation de la dimension « Type de justification » J1 : Justification par l'algèbre J3 : Justification de type scolaire J2 : Justification par l'exemple numérique

<table>
<tr><th colspan="3">Interface</th></tr>
<tr><td colspan="3">- Une énoncé composé d'un programme de calcul en langue naturelle variable, d'une question fermée et d'une question ouverte dont les énoncés sont invariants.
- Pour la question ouverte : une zone de saisie pour les justifications
- Pour la question fermée : deux choix exclusifs Vrai - Faux</td></tr>
<tr><th colspan="3">Génération des questions</th></tr>
<tr><td>Invariants</td><td colspan="2">- L'ensemble des termes de la palette
- Les deux choix de la question fermée</td></tr>
<tr><td>Paramètres</td><td colspan="2">- Un programme de calcul exprimé dans deux registres :
- langage naturel : texte
- algèbre : expression algébrique</td></tr>
<tr><td>Contraintes</td><td colspan="2">- Le degré de complexité de l'expression algébrique
- nombres de parenthèses
- nombre et type des opérations (addition, soustraction, multiplication, division)
- L'expression réduite du programme de calcul est une constante ou une expression affine</td></tr>
<tr><td>Type de génération</td><td colspan="2">Génération assistée :
- Le concepteur choisit les termes de la palette pour écrire le programme de calcul
- PépiGen construit l'expression algébrique traduisant le programme de calcul et calcule la forme réduite de cette expression</td></tr>
<tr><th colspan="3">Génération du diagnostic local</th></tr>
<tr><th></th><th>Réponses et commentaires</th><th>Code</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Solution correcte</td><td>Preuve algébrique avec expression globale (parenthésée)
Pour les expressions comportant des fractions, deux tactiques de calcul sont envisageables :</td><td></td></tr>
<tr><td>(1) on réduit les deux expressions au même dénominateur</td><td>V1, L1, EA1, T1, J1</td></tr>
<tr><td>(2) la première expression est simplifiée</td><td>V1, L1, EA2, T1, J1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Solution correcte non attendue</td><td>Preuve algébrique avec des calculs pas à pas</td><td>V2, L1, EA1 T2, J1</td></tr>
<tr><td>Preuve algébrique avec l'interprétation de l'énoncé comme une équation admettant une infinité de solutions</td><td>V2, L1, T1, J1
EA1 pour la tactique (1) EA2 pour la tactique (2)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Solution partielle</td><td>Une preuve algébrique est engagée avec l'une des trois interprétations précédentes. Mais une erreur de calcul conduit à un résultat faux ou à un abandon ou à une égalité non justifiée</td><td></td></tr>
<tr><td>- Cas d'une expression globale</td><td>V2, L1, EA33 T1, J1</td></tr>
<tr><td>- Cas d'expressions partielles</td><td>V2, L1, EA33 T2, J1</td></tr>
</table>

CHAPITRE 3

LES PRATIQUES PROFESSIONNELLES DES PROFESSEURS DEBUTANTS DE MATHEMATIQUES DU SECOND DEGRE : VERS DES INGENIERIES DE FORMATION ?

Introduction

I. Les pratiques enseignantes

A. La complexité des pratiques enseignantes

1. **Des approches théoriques des pratiques enseignantes**
   a) L'organisation praxéologique
   b) L'action didactique du professeur en classe
   c) L'activité du professeur en interaction avec un milieu à différents niveaux
   d) La logique d'action du professeur
2. **Pratiques enseignantes, connaissances professionnelles, conceptions personnelles**

B. Développement des pratiques enseignantes

1. **Développement des pratiques**
2. **Le cas des enseignants débutants**
3. **Des changements « spontanés » - ce que les professeurs apprennent de leur propre pratique**

II. Des dimensions pour analyser les pratiques et leur évolution

A. Des dimensions d'analyse des pratiques

1. **La dimension *organisation praxéologique***
2. **La dimension *gestion didactique***
3. **La dimension *régulation didactique***
4. **La dimension *négociation de la coutume didactique***

B. Une première opérationnalisation : une structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes

1. **L'analyse multidimensionnelle : un jeu entre le grain microscopique et le grain macroscopique à plusieurs niveaux**
2. **En ce qui concerne l'*organisation praxéologique***
3. **En ce qui concerne la *gestion didactique***
4. **En ce qui concerne la *régulation didactique***
5. **En ce qui concerne la *négociation de la coutume didactique***

C. Une deuxième opérationnalisation : éléments d'analyse et de conception de dispositifs de formation

1. Une adaptation pour prendre en compte les rapports entre pratiques et formation

2. Le dispositif de formation initiale de l'IUFM d'Amiens

a) Les situations d'apports de savoirs professionnels sur l'enseignement des mathématiques et de questionnement

b) Des situations d'échange d'expériences et d'analyse de pratique disciplinaire

III. Trois études de cas

A. Méthodologie

1. Deux types d'analyse

2. Les enseignants – Les classes

3. Les moyens d'observation – Recueil de données :

B. Etude comparative des évolutions de pratiques : premiers résultats

1. Une évolution des pratiques transitoires pendant la première année

a) Corinne : une évolution équilibrée sur les différents axes à partir d'une expérience

b) Mirène : une évolution des pratiques

c) Joël : un appui sur la formation pour installer ses pratiques et les faire évoluer

2. Des évolutions mises en perspective de la formation

3. Une stabilisation des pratiques dans les deux premières années d'exercice

a) Joël : des organisations mathématiques et didactiques plus économiques et équilibrées en temps

b) Mirène : une plus grande ouverture laissée aux élèves dans les interactions et la validation des réponses

c) Evolution naturelle / évolution liée à la formation

4. Le poids important de la coutume didactique

IV. Conclusion

Introduction

Un troisième type d'unité dans nos travaux de recherche concerne l'étude de la genèse et de l'évolution des pratiques des professeurs débutants en lien avec divers déterminants, dont le système de formation. Cette problématique fait suite à une évolution de carrière : il s'agissait de prendre la responsabilité de la filière de formation initiale de professeurs de mathématiques du second degré à l'IUFM d'Amiens. De plus, au sein d'une équipe de l'IUFM d'Amiens, nous avions engagé un projet de recherche sur la professionnalité enseignante en réponse à un appel d'offres de l'IUFM[1] pour étudier des effets de la formation sur les pratiques des professeurs débutants.

Cette entrée interroge d'abord les pratiques d'enseignants du second degré puis celles de formatrice. Pourquoi des démarches d'enseignement mises en œuvre dans des classes d'enseignants expérimentés ne sont-elles pas directement transférables dans d'autres classes ? Quelles leçons en tirer pour penser la formation initiale des professeurs débutants ou la formation continue des professeurs ? Ce retour sur l'enseignant, nous amène à prendre conscience de la nécessité de questionner la notion de transfert. Quelles sont les difficultés intrinsèques liées à la genèse et à la transformation des pratiques enseignantes, pratiques complexes imbriquées à des conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement ? De quels facteurs doit-on tenir compte pour favoriser le développement professionnel des professeurs, en particulier des professeurs débutants ?

Nous avions abordé ces questions lors de la recherche sur les pratiques d'intégration des logiciels de géométrie dynamique GeoplanW ou Cabri en cycle 3[2] (Grugeon-Allys 2006, Assude, Grugeon et al 2006, Grugeon-Allys 2008). Nous avions proposé une formation qui visait à développer l'usage des logiciels pour l'enseignement de la géométrie plane en cycle 3 et, en particulier, des situations d'apprentissage pour organiser le processus de genèse instrumentale. Cette formation prenait en compte les contraintes et les conditions d'intégration d'un nouvel instrument à une pratique déjà installée. Nous avions observé des professeurs volontaires, qui désiraient intégrer un logiciel de géométrie dans leur enseignement en cycle 3. Et, nous avions dû constater, comme nous l'avons vu pour Claire, que la majorité des professeurs avaient développé des pratiques d'intégration attestant un degré d'intégration faible, l'intégration praxéologique du type qualifié de « juxtaposé »[3]. Ce faible réinvestissement en classe des situations d'enseignement proposées en formation continue nous avait interpellée. Comment expliquer ce phénomène ? Nous avions formulé deux types d'hypothèses :

- Les difficultés de transfert pouvaient être liées aux modalités proposées en formation : la formation ne proposait pas de dispositif d'analyse de pratiques de situations vécues en classe, par un enseignant expert ou non. Les professeurs avaient analysé des situations d'apprentissage pour les élèves mais ils n'avaient pas été mis en situation de les analyser *a posteriori* et de prendre conscience des effets peu favorables de choix inadaptés en termes d'activités des élèves ; ils n'avaient pas été mis en situation de pouvoir proposer collectivement des alternatives. Ne fallait-il pas davantage articuler « théorie et pratique » dans les scénarios de formation privilégiant l'analyse réflexive de pratiques ou la constitution de communautés de pratiques ?
- Les difficultés étaient peut-être liées à un trop grand écart entre les pratiques d'intégration proposées en formation et les pratiques habituelles des professeurs dans leur classe. Les

[1] A l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres de l'académie d'Amiens

[2] Cycle 3 de l'école primaire.

[3] Voir chapitre I, I.B.2 p 20

conceptions de l'apprentissage des élèves sous-jacentes aux pratiques d'intégration du logiciel proposées en formation étaient-elles directement compatibles avec celles des professeurs ? N'y avait-il pas des éléments d'ordre personnel, liés à l'histoire personnelle de l'enseignant, à son rapport aux mathématiques, mais aussi aux pratiques culturelles, qui intervenaient et faisaient obstacle à cette intégration ?

Ces questions sont aujourd'hui au cœur de nombreuses recherches en didactique des mathématiques, tant au niveau national qu'au niveau international[4], et l'étude des « pratiques enseignantes », qui a émergé dans les années 90, constitue un domaine de recherche très dynamique. En effet, au vu des limites de l'impact sur les pratiques des résultats de recherche en didactique des mathématiques, de nombreux chercheurs ont éprouvé le besoin de mieux comprendre la complexité des pratiques enseignantes, les conceptions des professeurs sur l'enseignement des mathématiques et les contraintes qui pèsent sur eux. Ces nouvelles questions les ont amenés à étendre leurs cadres théoriques. En France par exemple, plusieurs enrichissements ont vu le jour : l'extension de la notion de milieu dans le cadre de la théorie des situations pour mieux comprendre le rôle du professeur dans les classes ordinaires (à partir de l'étude de l'action du professeur sur le milieu) (Margolinas 2002), l'extension de la transposition didactique pour décrire l'organisation de l'étude (Chevallard 1999a, 2002), la combinaison de ces deux théories pour définir un modèle de l'action didactique du professeur (Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni 2000), l'approche didactique et ergonomique pour mieux prendre en compte la complexité des pratiques enseignantes (Robert et Rogalski 2002).

Des questions vives communes aux recherches transcendent cette diversité théorique :
Comment les conceptions personnelles et les multiples connaissances des professeurs sur les mathématiques et leur enseignement sont-elles reliées à leur pratique ?
Comment les faire « évoluer », les adapter pour améliorer leur enseignement ?
Mais aussi, comment les pratiques des professeurs évoluent-elles « naturellement » et comment les professeurs apprennent-ils de leur propre pratique ? (Perrin-Glorian, DeBlois et Robert 2008)

C'est à travers l'analyse de dispositifs de formation en France[5] que nous abordons dans cette note de synthèse la question de la formation des pratiques. Cela nous amène à la fois à questionner de manière coordonnée les formations et leurs effets. Quels contenus et modalités sont proposés en formation initiale pour organiser une genèse et une évolution de pratiques enseignantes favorables aux apprentissages des élèves visés ? Sur quelles variables et conditions jouer compte tenu d'un système multiple de contraintes en place : tradition, institutions de formation, université et IUFM, formateurs, … ?

Une telle description s'appuie nécessairement sur des choix théoriques. Nous allons préciser quels sont les nôtres. Ils sont marqués par des travaux théoriques menés en France, ceux déjà évoqués plus haut. Même si nous limitons l'étude aux travaux français, les approches théoriques sont multiples : elles éclairent chacune de façon différente les pratiques enseignantes, mettent certaines dimensions en lumière et en laissent d'autres dans l'ombre. Nous cherchons à tirer parti de la richesse de ces différentes constructions, mais sans nous limiter à une seule d'entre elles, pour prendre en compte la complexité des pratiques enseignantes. Aussi, comme nous l'avons fait dans nos travaux précédents, ce choix nous amène à essayer de construire une cohérence entre des logiques distinctes, en les supposant *a*

[4] Recherches présentées dans le Handbook « Participants in Mathematics Teacher Education » issu de la 15$^{\text{ième}}$ étude ICMI portant sur la formation initiale et continue des professeurs de mathématiques (Edited by Krainer et Wood 2008)

[5] J'ai choisi de limiter l'étude des formations initiales des enseignants de mathématiques à la France. Les cultures et institutions sont très différentes à l'extérieur de la France en lien avec l'existence de concours, CAPES et Agrégation, qui n'existent qu'en France.

priori compatibles. C'est ce que nous allons tenter en élaborant un outil d'analyse multidimensionnel des pratiques enseignantes et de leur évolution, puis en montrant l'opérationnalité de cet outil sur deux études précises.

Dans ce chapitre, nous présentons donc les approches théoriques développées en France sur les pratiques enseignantes. Nous indiquons des résultats sur les pratiques enseignantes tant sur leur complexité, leur résistance au changement et nous soulignons les résonances avec d'autres travaux menés au niveau international (Perrin-Glorian, DeBlois et Robert 2008). Nous dégageons des dimensions d'analyse pour caractériser et décrire la complexité des pratiques enseignantes. Nous proposons une première opérationnalisation pour étudier *a priori* les caractéristiques dominantes de dispositifs de formation initiale de PLC2[6] de mathématiques et pour fonder un scénario de formation initiale des PLC2, celui mis en place à l'IUFM d'Amiens. Nous présentons ensuite une deuxième opérationnalisation pour évaluer des dispositifs de formation et la mettons en œuvre en ce qui concerne celui de l'IUFM d'Amiens à partir d'études de cas. Nous concluons en explicitant de nouvelles perspectives de recherche.

I. Des pratiques enseignantes

Les principaux enjeux de ce paragraphe sont d'expliciter différents aspects des pratiques enseignantes et de dégager des dimensions d'analyse des pratiques enseignantes et de leur dynamique d'évolution. Nous prenons appui sur les approches théoriques développées en France (Chevallard 1999, 2002, Margolinas 2002, Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni 2000, Robert et Rogalski 2002a, 2005). Nous les mettons en perspective des résultats de recherche issus du chapitre 2 du Handbook « Participants in Mathematics Teacher Education » (Perrin-Glorian, Deblois et Robert 2008). Nous organisons l'étude à partir de deux entrées : la complexité des pratiques enseignantes et leur développement. Nous dégageons une cohérence entre des logiques *a priori* distinctes mais qui peuvent être coordonnées pour permettre une recomposition des pratiques dans leur complexité et leur dynamique d'évolution.

A. La complexité des pratiques enseignantes

1. Des approches théoriques des pratiques enseignantes

En France, les modèles développés mettent l'accent sur des aspects distincts de l'activité du professeur : l'organisation praxéologique (Chevallard 1999), l'action didactique en classe (Sensevy, Mercier et Schubaeur-Leoni 2000), l'interaction du professeur avec un milieu décomposé en différents niveaux de projet (Margolinas 2002), la double approche prenant en compte à la fois les apprentissages des élèves et les contraintes du métier d'enseignant (Robert et Rogalski 2002a).

a) L'organisation praxéologique

Y. Chevallard (Chevallard 1999), modélise l'activité du professeur selon deux grandes composantes co-déterminées *via*

- des tâches de conception et d'organisation de dispositifs d'étude sur des thèmes mathématiques donnés, les organisations mathématiques,
- des tâches d'aide à l'étude pour mettre en œuvre l'enseignement des thèmes mathématiques, les organisations didactiques.

[6] PLC2 : ce sont les Professeur de Lycée ou Collège dans le système français reçus au CAPES ou à l'AGREGATION et ayant une classe dans le cadre du stage en responsabilité en formation.

Nous reprenons ce qu'écrivait Y. Chevallard (Chevallard 1999b) pour définir ce qu'est « analyser des pratiques enseignantes » :

« Étant donné un thème d'étude mathématique q, on considérera successivement a) *la réalité mathématique* qui peut se construire dans une classe de mathématiques où l'on étudie le thème q, b) *la manière* dont peut se construire cette réalité mathématique, c'est-à-dire la manière dont peut s'y réaliser l'étude du thème q. Le premier objet – « la réalité mathématique qui... » – n'est rien d'autre qu'une *praxéologie mathématique* ou *organisation mathématique*, qu'on notera OMq. Le second objet – « la manière dont... » – est ce qu'on nommera une *organisation didactique*, qu'on notera, de manière analogue, ODq. Le travail d'étude à réaliser concerne donc principalement les deux sous-types de tâches suivants : *décrire & analyser* l'organisation *mathématique* OMq qui peut se construire dans une classe de mathématiques où l'on étudie le thème q (*T*21) ; *décrire & analyser* l'organisation *didactique* ODq qui peut être mise en œuvre dans une classe de mathématiques où l'on étudie le thème q. »

Les organisations mathématiques ponctuelles sont décrites autour de types de tâches à proposer aux élèves pour étudier un thème mathématique donné, de techniques pour les résoudre en développant un discours technologique pour justifier les techniques et une théorie pour garantir la validité du discours technologique. Toute organisation mathématique, quadruplet de quatre composantes (T, τ, θ, Θ), constitue une organisation praxéologique articulant une partie pratico-technique [T, τ] (savoir-faire) et une partie technologico-théorique [θ, Θ] (savoir). Les organisations mathématiques ponctuelles s'agrègent en organisations mathématiques locales centrées sur des thèmes d'études dont la structuration est pilotée par une technologie, ces organisations locales en des organisations mathématiques régionales sur des secteurs d'études dont la structuration est pilotée par une théorie, et enfin en organisations mathématiques globales sur un domaine d'études autour de plusieurs théories. Pour mettre en œuvre l'enseignement des contenus mathématiques, chaque enseignant organise par ailleurs les six moments didactiques de l'étude (Chevallard 1999) :

- moment de *la première rencontre d'un objet mathématique (notion, technique ou propriété)* pour problématiser les savoirs mathématiques à enseigner et pour articuler les connaissances anciennes et nouvelles.
- moment de l'*exploration* du type de tâches *Ti* et de l'*élaboration d'une technique τi* relative à ce type de tâches. C'est l'occasion de questionner le choix de types de tâches adaptés aux enjeux d'apprentissage.
- moment de la *constitution de l'environnement technologico-théorique* dont l'enjeu est de réfléchir au rôle de l'introduction d'éléments théoriques pour justifier de nouveaux objets, théorèmes.
- moment du *travail de la technique* pour entraîner les élèves aux nouveaux types de tâches en articulation avec les anciennes sur un assortiment d'exercices pertinents.
- moment de *l'institutionnalisation* pour dégager les savoirs nouveaux à retenir et les pointer comme savoirs socialement reconnus et partagés dans et en dehors de la classe.
- *moment de l'évaluation* pour permettre au maître de vérifier que des apprentissages sur le plan des notions ou des techniques ont été réalisés. Il permet à l'élève de repérer ce qu'il est important de retenir, de savoir, puis ce qu'il a construit ou ce qui est en cours de construction.

Ainsi, l'approche de la Théorie Anthropologique du Didactique fournit des outils efficaces pour décrire les praxéologies développées par un enseignant pour « analyser l'organisation du savoir à enseigner, le contrôler, opérer des choix et identifier des conditions et contraintes didactiques pesant sur son enseignement » (Matheron et Noirfalise 2005) *b) L'action didactique du professeur en classe*

L'approche anthropologique permet d'étudier l'activité du professeur en classe à partir de l'étude de la prise en charge par l'enseignant des différents moments de l'étude, de celle du *topos* de l'élève (Chevallard 1999 p 27). D'autres outils ont été développés par différents chercheurs (Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni 2000, Assude, Mercier et Sensevy 2007) à partir de la coordination de la théorie des situations (Brousseau 1986) et de la théorie anthropologique, qui se veulent davantage adaptés à ce type d'étude. Lors du déroulement des séances, le professeur organise la gestion des situations d'apprentissage prévues, en fonction du moment de l'étude. Il doit gérer les différentes phases prévues, les interactions avec les élèves, l'avancée du temps didactique. Il doit prendre des décisions en ce concerne le guidage des élèves, l'apport d'indications pour permettre aux élèves d'avancer dans la recherche de solutions aux tâches proposées. Il doit organiser le partage des responsabilités pour valider les réponses.

A travers « l'intrigue didactique »[7] d'une séance, l'activité du professeur en classe est modélisée en termes d'*action didactique* du professeur dans trois dynamiques du milieu. La première concerne le processus de dévolution. La deuxième porte sur la régulation du travail de l'élève à travers des processus d'expansion ou de réduction du milieu. La troisième dynamique tient au partage topogénétique et à la gestion du temps didactique. Ce travail s'inscrit dans une hypothèse préalable : « l'action conjointe professeur-élèves se manifeste et se construit relativement aux structures d'action dans la relation didactique ; le professeur doit agir (définir, réguler, dévoluer, instituer) pour :

- produire des lieux du professeur et de l'élève (effet de topogenèse) ;
- produire des temps de l'enseignement et de l'élève (effet de chronogenèse) ;
- produire les objets des milieux des situations et l'organisation des rapports à ces objets (effet de mésogenèse). » (Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni 2000 p 267).

Pour étudier comment le professeur et les élèves développent une activité commune pour organiser la relation didactique, Assude, Mercier et Sensevy s'intéressent donc à une triple dynamique des milieux. Ici le terme milieu n'est pas nécessairement le milieu d'une situation a-didactique. Il est considéré comme le « système de contraintes et de ressources, aussi bien matérielles que symboliques dans lequel évoluent l'élève et le professeur » (Assude, Mercier et Sensevy 2007). Cette approche privilégie donc l'étude de la gestion didactique en classe par le professeur. Elle permet de donner accès aux connaissances didactiques impliquées dans l'action didactique du professeur (Assude et al. 2007 p 249-250).

c) L'activité du professeur en interaction avec un milieu à différents niveaux

Le modèle développé par Margolinas pour étudier certains aspects de l'activité du professeur, en particulier, l'activité de préparation nous semble complémentaire de ces constructions. Aussi, C. Margolinas (Margolinas 2002) a-t-elle développé le modèle de la structuration du milieu qui décrit l'activité du professeur en interaction avec un milieu décomposé suivant cinq niveaux, liés à différents niveaux du projet d'enseignement en cours :

• +3 Valeurs et conceptions sur l'enseignement / apprentissage Projet éducatif: valeurs éducatives, conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement
• +2 Construction du thème

[7] L'intrigue didactique « est fondée sur l'enjeu des relations observées, le savoir. Etudier l'intrigue didactique concerne le travail du professeur en lien avec le savoir à enseigner ». L'étude est liée à « un découpage qui cherche des éléments objectifs permettant d'attester de sa pertinence ». Ce découpage permet d'identifier des scènes qui correspondent aux moments où l'orientation de la classe conserve son objet. L'intrigue didactique est liée à l'analyse a priori en trois moments (des enjeux de savoirs, des techniques possibles, des problèmes d'enseignement) (Assude, Mercier et Sensevy 2007).

Construction didactique globale dans lequel s'inscrit la leçon : notions à étudier et apprentissages à réaliser • +1 Projet de leçon Projet didactique spécifique pour la leçon observée : objectifs, planification du travail • 0 Situation didactique Réalisation de la leçon, interactions avec les élèves, prises de décision dans l'action • -1 Observation de l'activité des élèves Perception de l'activité des élèves, régulation du travail délégué aux élèves

Ce modèle dynamique permet d'analyser la pratique du professeur interagissant avec un milieu qui résulte conjointement des niveaux inférieurs et supérieurs. Ce modèle est opératoire pour rendre compte du travail de préparation, des prises de décision lors du déroulement d'une séance ou lors du bilan en dehors de la classe. Il permet ainsi d'étudier l'activité de régulation du professeur articulant différents niveaux, en situation de projet, global et local, ou en situation didactique ou d'observation de l'activité des élèves en classe[8]. Cette approche peut donner accès aux divers types de connaissances didactiques en jeu dans l'activité du professeur en prenant en compte l'interaction de ces différents niveaux dans les pratiques effectives.

Le grain d'analyse des pratiques enseignantes suggéré par ces approches ou par l'exploitation qui en est faite est un « grain fin » ou « moyen » (Coulange 2007). En effet, l'analyse prend souvent comme point de départ une situation didactique ou une tâche, sur un thème mathématique donné, sur une période de temps plus ou moins longue (épisode de séance, séance, séquence). Elle mobilise les outils d'analyse *a priori* et *a posteriori* développés dans le cadre de la théorie des situations.

d) La logique d'action du professeur

Robert et Rogalski (Robert et Rogalski 2002a, Robert et Rogalski 2005) ont développé un autre point de vue : dégager des logiques d'action pour prendre en compte la complexité des pratiques en lien avec des déterminants du métier. Les pratiques enseignantes sont perçues comme complexes, stables, cohérentes. Ces pratiques mettent en jeu des actions en partie observables en direction des élèves et de leurs apprentissages, faisant intervenir des contenus et des degrés de gestion. Mais elles sont aussi largement contraintes, par delà même ces objectifs, par des déterminants liés à l'exercice du métier d'enseignant : institutionnels, sociaux... Ce peuvent être les programmes, les horaires, les établissements, les classes et leur composition... Ces contraintes déterminent des normes que tout professeur doit respecter s'il ne veut pas être marginalisé par rapport à ses collègues (Butlen et al. 2002). Enfin, elles dépendent aussi de contraintes internes liées aux professeurs eux-mêmes.

Robert et Rogalski (Robert et Rogalski 2002a), dans le cadre de la double approche, définissent cinq composantes des pratiques, liées à la fois aux apprentissages des élèves et à l'exercice du métier, pour démêler cette complexité :

- les composantes cognitive et médiative renseignent respectivement, les contenus et les prévisions de gestion d'une séance, les actions et les adaptations pendant le déroulement en classe,
- les composantes institutionnelle, sociale et personnelle sont liées aux contraintes qui pèsent sur les pratiques, que ce soit du côté de l'exercice du métier d'enseignant ou du côté

[8] Donnons quelques exemples. Quand il prépare une séance (projet de leçon), le professeur peut interagir avec le projet global de la séquence dans la progression, le choix d'une situation d'apprentissage s'inscrivant dans les grandes lignes du thème abordé, mais aussi avec ce qu'il anticipe du déroulement en classe (phases, interactions avec élèves), avec des niveaux d'analyse plus ou moins fins. Quand il prend une décision en classe suite à l'observation d'un type d'erreur par exemple, cette décision peut influencer l'organisation globale de la séquence.

des singularités du professeur (conceptions liées aux mathématiques, à l'apprentissage / enseignement).

De plus, cette approche permet de prendre en compte le fait que les pratiques enseignantes se conjuguent à différentes échelles d'activités de l'enseignant et selon diverses temporalités : un niveau « macro », celui des projets (préparation de la séquence, de séances inscrites dans la séquence), un niveau « local », celui de la réalisation des pratiques où se rencontrent travail de préparation et d'adaptation voire d'improvisation, un niveau « micro », celui des automatismes, de gestes professionnels de type routines, des éléments de discours non contrôlés.

La complexité même des pratiques implique que ces composantes sont étroitement imbriquées et doivent être recomposées à fin d'analyses transversales, avec un grain d'analyse large (Coulange 2007), pour dégager des logiques d'action (Robert 2008). Soulignons que Coulange a mis en évidence des recoupements possibles entre ce point de vue et le modèle de structuration des milieux de Margolinas (Coulange 2007)[9].

2. Pratiques enseignantes, connaissances professionnelles, conceptions personnelles

La modélisation proposée par Robert et Rogalski (2002a) donne accès à différents aspects des pratiques qui éclairent leur complexité mais aussi l'imbrication de différentes connaissances non isolées :

«Les pratiques enseignantes sont des pratiques complexes, non réductibles à des unités séparées, comme la préparation mathématique, ou le déroulement, ..., vraisemblablement non décomposables en mises en fonctionnement de connaissances isolées disciplinaires, didactiques, pédagogiques, etc., car des recompositions de tous ordres s'opèrent constamment (la préparation influence grandement son déroulement, mais il s'ajoute toujours en classe des éléments non prévisibles, qui pourront à leur tour influencer les séances suivantes) » (Robert 2001).

Les différentes approches mettent en évidence différents types de connaissances professionnelles sur les mathématiques à enseigner et leur enseignement. Ceci rentre en résonance avec des résultats de recherches au niveau international qui ont montré très tôt la variété de ces connaissances professionnelles et l'importance de connaissances spécifiques qui imbriquent mathématique et pédagogie. Il y a une distinction entre connaître comment faire des mathématiques et les connaître dans le but de permettre aux élèves de les apprendre et de les utiliser. Pour ceci, Shulman (Shulman 1986) a introduit la catégorie des connaissances de type PCK (Pedagogical Content Knowledge). Ball a réutilisé et étendu cette catégorie avec d'autres chercheurs : ils identifient quatre domaines de savoirs « knowledge of students and content, knowledge of teaching and content, and two are new: common content knowledge and specialized content knowledge » (Ball, Bass, Sleep et Thames 2005). En particulier, Ball (Ball 2000) distingue des connaissances professionnelles concernant l'identification des savoirs à enseigner et la manière de les enseigner en lien avec les programmes (thèmes mathématiques et enjeux d'enseignement, structuration des domaines de savoir, évolution des rapports institutionnels au savoir selon les niveaux d'enseignement et les institutions), des connaissances relatives au choix de situations d'apprentissage, à la conception des scénarios de séance et à leur gestion didactique (potentialité des problèmes, forme des énoncés, variables didactiques sur lesquelles jouer), des connaissances professionnelles portant sur comment ce savoir mathématique doit être pris en compte pour

[9] « Une partie de la composante institutionnelle relative aux pratiques officielles d'enseignement des mathématiques, prescrites par les programmes (...), joue un rôle déterminant dans l'élaboration par le professeur d'un projet global, voir local d'enseignement. Les composantes cognitive et médiative quant à elles peuvent être associées aux niveaux didactique et adidactique. » (Coulange 2006)

enseigner (classes d'erreurs des élèves, conceptions des élèves, stratégies pour aborder l'enseignement d'une notion). Ball pose la question de comment amener les enseignants à une bonne flexibilité dans l'usage des connaissances professionnelles en pratique : elle propose de varier les occasions d'usage en exploitant notamment l'analyse de productions d'élèves, l'analyse de vidéos sur des épisodes de séance dans des contextes très variés. Nous rapprochons ce modèle de la notion de "connaissances didactiques du professeur" utilisée par Margolinas et Rivière (2005) et les chercheurs français. Cette terminologie est choisie pour insister sur le fait que les connaissances mathématiques et les connaissances pédagogiques ne peuvent pas être séparées pour enseigner. Nous mettons aussi en perspective ces résultats avec ceux des travaux menés par Lenfant (Lenfant 2002) pour étudier le développement professionnel d'enseignants en ce qui concerne l'enseignement de l'algèbre élémentaire : elle y développe une structure d'analyse multidimensionnelle de la compétence professionnelle en algèbre élémentaire, organisée autour de trois dimensions : épistémologique, cognitive et didactique, pour décrire les compétences et connaissances relatives au savoir enseigné et à son enseignement.

Les recherches montrent aussi que les pratiques enseignantes sont liées à des systèmes de conceptions et de croyances, en prise sur la culture, auxquelles elles sont étroitement imbriquées (Krainer 2008). Les professeurs impliquent dans leurs pratiques des conceptions personnelles[10], des « croyances » sur les mathématiques, sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, sur le rôle de l'élève et du professeur dans la classe mais aussi sur le caractère inné ou non du fait « d'être compétent en mathématiques ». Ces conceptions et croyances jouent certainement un rôle important dans les pratiques d'enseignement et les processus d'apprentissage en formation (Llinares et Krainer 2006).

Comme en France, le large éventail d'études sur les pratiques enseignantes existant au niveau international s'appuie sur des cadres théoriques variés, utilise différentes méthodologies et met aussi l'accent sur des aspects divers des pratiques. Les pratiques enseignantes peuvent être décrites en termes d'indicateurs tels que les types de problèmes sélectionnés pendant une séquence, les types de questionnement du professeur, les choix de contenus et / ou de déroulement. D'autres recherches pointent la relation entre la structure d'un cours de mathématiques et la compréhension du contenu mathématique enseigné. D'autres encore analysent les pratiques à partir d'études biographiques. Beaucoup d'études cependant se placent à un niveau micro didactique et portent sur les interactions en classe, les niveaux de discours, le rôle que joue le professeur pendant le déroulement des séances dans la classe. Au-delà de la variété, les chercheurs insistent beaucoup sur la dépendance entre les pratiques, la culture et le contexte politique qui interviennent dans leur développement, facteurs supplémentaires de complexité.

B. Développement et formation des pratiques

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution possible des pratiques enseignantes, aux résistances éventuelles, aux moyens de les faire évoluer.

1. Développement des pratiques

Pour travailler ce sujet, Perrin, DeBlois et Robert, dans le texte déjà cité, identifient deux questions abordées dans de nombreuses recherches, questions qui concernent aussi la formation : Qu'est ce qu'une bonne pratique pour que les élèves apprennent effectivement ? Comment les pratiques des professeurs peuvent-elles être améliorées ? Elles essaient de faire

[10] On peut renvoyer à la notion de conceptions métacognitives définies par Robert et Robinet (1996)

une synthèse des connaissances acquises relativement à ces questions par la recherche. Nous en retirons plus particulièrement pour notre propos les éléments suivants.

Majoritairement, l'idée véhiculée par les recherches est qu'une bonne pratique laisse une grande place à l'activité des élèves, ceci étant lié aux théories socioconstructivistes de l'apprentissage dominantes aujourd'hui. Concernant les pratiques et leur amélioration, les recherches tendent à montrer que, pour prendre en compte la complexité des pratiques enseignantes et pouvoir les faire réellement évoluer en classe, les programmes de formation doivent faire travailler les professeurs à la fois sur les connaissances professionnelles, les conceptions personnelles et croyances, les pratiques en classe. Elles montrent aussi que l'évaluation est difficile et que les changements en profondeur même locaux demandent du temps. Un problème méthodologique important concerne d'ailleurs les moyens de comparer et de mesurer les changements qui interviennent dans les croyances des professeurs, leurs connaissances et leurs pratiques. Plusieurs méthodologies sont utilisées : l'analyse des réponses des enseignants à des questionnaires mais l'interprétation en est souvent difficile, l'observation de classes très coûteuse en temps et donc limitée à des études de cas, des approches mixtes exploitant l'analyse par les enseignants d'extraits de séances à partir de vidéos par exemple en combinaison ou non avec d'autres, ces dernières techniques étant de plus en plus utilisées.

La plupart des études montrent la difficulté rencontrée à faire changer les pratiques des professeurs de mathématiques et indiquent comment les croyances y sont impliquées d'une façon complexe, à différents niveaux, en lien étroit avec des considérations sociales et culturelles, ce qui renforce la difficulté des changements.

Les pratiques de chaque enseignant, souvent supposées cohérentes, (Crahay 1989) deviennent rapidement stables, cette stabilité semblant renforcée par la complexité et la cohérence. D'après Robert et Rogalski (Robert et Rogalski 2005, Robert 2008), c'est tout ce qui est en rapport avec l'organisation et le discours pendant le déroulement des séances qui exprime le plus cette stabilité.

Les difficultés dues aux changements semblent renforcées par le changement de paradigme qui s'est opéré, ces vingt dernières années, en classe et en formation, en lien avec l'approche socioconstructiviste de l'apprentissage. Les élèves sont amenés à résoudre des problèmes, à faire des conjectures, à les tester, à les prouver. Les recherches montrent alors que le rôle de l'enseignant devient plus difficile et qu'il doit apprendre à observer l'activité de l'élève, à l'interpréter, à gérer les interactions et les adapter en fonction de son analyse réflexive. Cette évolution du rôle du professeur lui demande davantage de s'appuyer sur une maîtrise en profondeur de connaissances didactiques diverses sur les mathématiques à enseigner, si possible articulées entre elles.

Les changements profonds et stables prennent du temps. Ils peuvent varier selon le style des professeurs. Ils peuvent être liés voire facilités par :

- le travail collectif entre des collègues ayant une expérience similaire pour résoudre des problèmes semblables déjà rencontrés (Krainer 2001) ;
- des expériences de formation sur un temps long (Robert 2008) ;
- la mise en place d'une assez grande variété des contenus et des modalités de travail en formation en lien avec les nombreuses facettes du métier d'enseignant (conception de séquences, analyse, gestion des interactions en classe, relation avec les parents, ..) ;
- le rôle déclencheur d'un travail et d'une analyse de certaines tâches, comme celles de modélisation, qui peut favoriser l'évolution des pratiques, même si ce n'est pas la même évolution pour tous les enseignants (Doerr et English 2006),

- la prise en compte du rôle de l'analyse réflexive des pratiques au cours de discussions collectives en formation, par exemple, à partir de l'analyse d'incidents critiques présentés à l'aide de vidéos sur des séances vécues (Nickerson 2008).

2. Le cas des enseignants débutants en France

Qu'en est-il plus particulièrement pour les PLC2 ? Ils développent des pratiques qui évoluent au cours de la première année de formation professionnelle. Celle-ci imbrique une formation en centre et un stage dans une ou deux classes dont le professeur a la responsabilité toute l'année[11]. Les professeurs débutants mettent en œuvre des pratiques transitoires. Elles sont complexes et semblent déjà porter « en germe » leur cohérence, constituée à partir d'expériences antérieures variées (histoire personnelle d'élève, expérience de cours particuliers), de connaissances et d'expériences professionnelles de débutants. Ces pratiques ne permettraient pas toujours de disposer d'images mentales opérationnelles permettant les nuances et les improvisations adaptées : les débutants auraient comme des pré-images, lacunaires, plus ou moins déformées. Elles peuvent être associées à des « déformations caricaturales » conduisant alors les débutants à exagérer une logique d'action : certains professeurs exagèrent la relation individuelle avec les élèves, d'autres laissent trop de temps de recherche aux élèves sans intervenir « car il faut les laisser chercher », au risque de problèmes de discipline, d'autres passent trop de temps à l'exposition des savoirs, etc.) (Chesné 2006). Les PLC2 sont amenés à passer d'une posture d'étudiant bien installée pendant l'année de préparation au concours à une posture d'enseignant. Ils doivent confronter l'exercice d'un nouveau métier dans un établissement réel à leurs représentations des mathématiques et de l'enseignement. Ils sont alors conduits à prendre conscience des contraintes et des marges de manœuvre de leur nouvelle profession : « tout n'est pas possible ni pour tout le monde, ni pour chacun » (Robert 2008 p. 49).

Dans leurs classes, au quotidien, les recherches montrent que les professeurs débutants éprouvent des difficultés à prendre en compte les élèves, la gestion du temps et des transitions. Soit le projet mathématique de la séance est majoré au détriment des élèves, soit c'est la prise en compte des élèves qui l'est, au détriment du suivi du projet mathématique. « Tout se passe comme si certains débutants étaient obnubilés par les réactions de la classe et le souci que tous les élèves suivent, alors que d'autres oublieraient que c'est aux élèves qu'il leur fallait enseigner des mathématiques, voire manifestaient une sorte de méconnaissance des mathématiques pour les élèves » (Robert 2008 p. 49). Bien souvent par ailleurs le temps passé à la gestion des situations en classe dépasse le temps nécessaire imparti pour une avancée « efficace » du temps didactique (Mercier et al 2008).

Au-delà de la gestion du temps, plusieurs types de difficultés semblent récurrents chez les enseignants débutants :

- La sélection de contenus mathématiques en prenant en charge les élaborations mathématiques nécessaires lorsqu'il s'agit de les motiver et de les enseigner à un niveau d'enseignement donné (Cirade 2006) : les enseignants débutants sont ainsi amenés à prendre conscience que les mathématiques à enseigner se révèlent problématiques ;
- La priorité donnée à un projet local, notamment sur le plan mathématique, à l'échelle de la séance voire de quelques séances, qui ne s'inscrit pas toujours en cohérence dans un projet global, une séquence ou *a fortiori* dans une progression annuelle (Margolinas et Rivière 2005, Bloch 2005) ;

[11] Cette formation succède à une année de préparation de concours, CAPES ou Agrégation et au succès à ce concours.

- Le manque de repères pour organiser l'enseignement des notions, notamment en ce qui concerne leur introduction, ou encore pour accompagner le travail mathématique des élèves : organisation d'intermédiaires, d'adaptations pour organiser la résolution des problèmes, oubli de la nécessité de construire du sens (Bloch 2005) ;
- L'aménagement d'un milieu pertinent pour favoriser l'activité et l'apprentissage des élèves. Souvent le manque de variabilité des formes pédagogiques empêche « la variation nécessaire des rapports aux objets du milieu des situations didactiques selon le type de travail épistémologique qui est attendu des élèves » (Mercier et al. 2008, Coulange 2007) ;
- La naturalisation de certaines notions mathématiques et l'oubli des difficultés d'apprentissage qui les conduisent trop rapidement à donner et exiger des expressions très abouties (Lenfant 2002, Bloch 2005) ;
- La prise en compte des tensions et des dilemmes auxquels ils sont confrontés, liée à l'importance de mobiliser des connaissances professionnelles en lien avec le contexte dans lequel ils enseignent (Robert 2008).

Avant de présenter les dimensions retenues pour analyser les pratiques enseignantes et leur évolution, nous voudrions aussi aborder la question des évolutions liées à l'expérience.

3. Des changements « spontanés » - ce que les professeurs apprennent de leur propre pratique

Au-delà des changements provoqués dans le cadre de formations ou institutionnels, des études mettent en évidence que les pratiques des professeurs « changent toujours ». Plusieurs chercheurs ont construit des méthodologies adaptées pour étudier ces évolutions « naturelles », qui semblent ne pouvoir être que locales : « a teacher cannot « see » what he is not prepared to see ». Zaslavsky et al. (2003) indiquent, *via* le modèle de Steinbring (Steinbring 1998), que des professeurs, proposant un environnement d'apprentissage à leurs élèves et les laissant résoudre des problèmes, vont apprendre de l'observation du travail des élèves et de l'interprétation des processus de résolution. L'interdépendance entre les processus d'apprentissage des élèves et le processus d'enseignement interactif peut expliquer comment certains professeurs apprennent. Jaworksi (1997) et Berdnarz (2000) ont aussi montré l'importance du rôle du travail collaboratif dans le cadre de communautés de pratiques pour faire évoluer les pratiques.

Ceci nous rappelle qu'il faut rester vigilant dans les choix méthodologiques d'analyse de l'évolution des pratiques et prudent dans les interprétations faites des résultats obtenus, comme nous l'avons déjà souligné en pointant les difficultés d'ordre méthodologique rencontrées dans de nombreuses recherches.

II. Des dimensions pour analyser les pratiques et leur évolution

Les pratiques enseignantes sont complexes. Elles mobilisent des savoirs professionnels de types différents et sont imbriquées à des conceptions personnelles et à des croyances. Ces connaissances professionnelles sur les savoirs enseignés et leur enseignement peuvent être structurées autour des entrées épistémologique, cognitive et didactique. Les pratiques enseignantes se conjuguent par ailleurs à différentes échelles d'activités de l'enseignant et à diverses temporalités, liées à différents niveaux du projet d'enseignement. On distingue l'échelle des projets (préparation de progression, de séquences, de séances inscrites dans une séquence), celle de la gestion didactique des différentes phases prévues pour la séance où se rencontrent travail de préparation et prise de décision « voire d'improvisation », celle de la régulation didactique de l'activité au cours des préparations, du déroulement des séances, ou des bilans. Les pratiques se conjuguent aussi à des automatismes ou des éléments de discours non contrôlés.

A. Des dimensions d'analyse des pratiques

Nous nous appuyons sur les cadres théoriques cités plus haut, tous articulant des approches d'ordre épistémologique, cognitif, institutionnel, anthropologique et ergonomique, pour définir quatre dimensions d'analyse. Ces dimensions donnent accès à différents aspects de la complexité des pratiques, non indépendants voire étroitement imbriqués. Nous coordonnons ainsi la richesse des cadres théoriques pour prendre en compte la complexité des pratiques. Nous montrons comment nous avons construit une cohérence entre des approches distinctes mais *a priori* compatibles. Nous indiquons aussi en quoi elles permettent d'interroger la dynamique d'évolution des pratiques en lien avec une formation déjà reçue.

Ces approches théoriques sur les pratiques enseignantes sont, nous semble-t-il, susceptibles de fournir des cadres d'analyse pour les dispositifs de formation, voire des guides pour leur conception. En effet, chaque formation est organisée en fonction du modèle de pratique qui la sous-tend. Chaque formation est donc conçue pour développer différents aspects des pratiques correspondant au modèle de pratique visé. Ces dimensions d'analyse ont donc pour fonction d'identifier et de décrire des cohérences dans les logiques d'action des enseignants ainsi que des caractéristiques dominantes des scénarios de formation correspondant au modèle de pratique visé.

Nous définissons quatre dimensions d'analyse : organisation praxéologique, gestion didactique, régulation didactique et négociation de la coutume didactique. Elles ne coïncident exactement avec aucune des structurations théoriques que nous avons décrites ci-dessus mais les restructurent de façon transversale. Ces dimensions ont été construites pour permettre la mise en relation entre développement des pratiques et formation.

1. La dimension *organisation praxéologique*

La première dimension, qualifiée d'*organisation praxéologique,* concerne l'activité du professeur visant à problématiser les mathématiques à enseigner et à organiser leur enseignement. Ici nous privilégions l'entrée sur les niveaux +2 et +1 de l'activité du professeur dans le modèle de la structuration du milieu (Margolinas 2002). Cette dimension renseigne en partie l'activité de construction d'un projet didactique global – « concevoir les grandes lignes d'enseignement sur un thème d'enseignement donné » d'une séquence – ou l'activité de construction d'un projet local - « déterminer un scénario de leçon ou de situation ». Précisons que l'entrée par les niveaux sur-didactiques peut être rapprochée des composantes personnelle et institutionnelle de la double approche d'A. Robert : en effet, les conceptions de l'enseignant sur l'enseignement des mathématiques et son interprétation des pratiques officielles prescrites dans les programmes jouent un rôle important voire crucial dans l'élaboration d'un projet global ou local d'enseignement (Coulange 2007).

Du côté enseignant :

Cette dimension permet d'étudier les connaissances professionnelles mobilisées par le professeur, en ce qui concerne l'organisation des savoirs à enseigner et celle de leur enseignement : sa vision des enjeux de l'enseignement d'un thème mathématique donné, les stratégies d'enseignement qu'il peut mobiliser en fonction des processus d'apprentissage des notions en jeu, sa capacité à expliciter les raisons d'être des notions ou des propriétés mathématiques étudiées, les potentialités des situations d'apprentissage choisies par rapport aux objectifs d'apprentissage visés. Nous pouvons ainsi repérer si les connaissances mobilisées sur les savoirs à enseigner et leur enseignement relèvent de plusieurs ordres : épistémologique, cognitif et didactique (Lenfant 2002).

Pour cette analyse, comme la désignation de la dimension l'indique, nous privilégions les outils de l'approche anthropologique qui permettent de mettre en relation des organisations praxéologiques personnelles et institutionnelles en lien avec le déterminant qu'est le programme officiel. Ce choix théorique facilite la mise en relation des outils mobilisés par le professeur avec ceux proposés en formation.

En ce qui concerne l'élaboration du scénario des situations d'apprentissage ou des séances, nous utilisons les outils développés pour l'analyse *a priori* en lien avec la théorie des situations.

Du côté dispositif de formation :

Cette dimension permet d'étudier les caractéristiques dominantes d'organisation d'un dispositif de formation (contenus et stratégies de formation) dans sa visée d'outiller les professeurs pour construire des projets didactiques, global et local, sur des thèmes mathématiques donnés. Elle renseigne sur les moyens mis en œuvre dans le dispositif de formation pour amener les professeurs à fonder, analyser et contrôler les contenus mathématiques à enseigner et l'organisation de leur enseignement, par rapport aux attendus institutionnels.

Dans la recherche présentée dans le chapitre 1, nous avions conclu par la nécessité de davantage prendre en compte l'action didactique du professeur. C'est le rôle des dimensions suivantes.

2. La dimension *gestion didactique*

La deuxième dimension, qualifiée de *gestion didactique*, concerne l'activité du professeur en classe. Ici nous privilégions l'entrée sur les niveaux 0 et -1, didactique et adidactique, de l'activité du professeur dans le modèle de la structuration du milieu (Margolinas 2002). Ceci peut être rapproché des composantes cognitive et médiative dans la double approche (Coulange 2007). Cette dimension renseigne sur les cohérences de l'action didactique du professeur pendant le déroulement de la séance (processus de dévolution, processus de régulation de l'activité des élèves, processus d'institutionnalisation), la gestion des interactions avec les élèves, la gestion du contrat didactique. Elle donne aussi des informations sur l'activité du professeur à observer celle des élèves dans différentes phases du déroulement et à prendre des décisions didactiques.

Du côté enseignant :

Cette dimension permet d'étudier quelles sont les connaissances didactiques mobilisées par un enseignant pour gérer la relation didactique et réguler l'activité des élèves en situation d'apprentissage en classe. Nous voulons coordonner l'étude des choix didactiques de l'enseignant pour organiser les situations d'apprentissage en rapport à ceux visés (dimension praxéologique) avec celle de « la manière dont ces apprentissages sont enclenchés en classe par des activités choisies par les enseignants (compte-tenu) des contraintes incontournables (...) qu'impose le métier d'enseignant de mathématiques » (Robert 2008)[12].

Nous menons cette analyse à travers les outils développés dans la théorie des situations, l'analyse *a priori* et *a posteriori*, ceux développés dans l'approche de Sensevy et al. Nous utilisons aussi les outils développés pour une analyse en terme de tâche prescrite et effective

[12] L'approche en termes de TSD est plus tournée vers la construction du savoir -
La double approche en lien avec théorie de l'activité est davantage tournée vers l'activité de l'élève et celle du professeur et leurs relations.

via l'étude du niveau de mise en fonctionnement des connaissances pour résoudre un problème (Robert 2008).

Du côté dispositif de formation :

Cette dimension permet d'étudier les caractéristiques dominantes de l'organisation d'un dispositif de formation pour mener avec les professeurs un travail sur la gestion didactique des situations en classe. Elle renseigne sur les occasions développées en formation pour permettre aux enseignants débutants de travailler la gestion des interactions, la prise de décisions en classe. Elle indique comment l'organisation d'un dispositif de formation amène les enseignants débutants à observer l'activité des élèves et à gérer leur action en classe en fonction des apprentissages visés.

3. La dimension *régulation didactique*

La troisième dimension concerne la flexibilité de l'activité du professeur à mobiliser des connaissances professionnelles variées intervenant à différents niveaux (-1 à +3) du projet d'enseignement, dans une situation de travail donnée. Cette dimension renseigne sur les pratiques du professeur contribuant à réguler son enseignement à des échelles d'activités et des temporalités diverses. Nous nommons cette composante *régulation didactique.*

Du côté enseignant

Cette dimension permet d'étudier quelles sont les connaissances didactiques mobilisées par un enseignant pour réguler son enseignement. Ce peut être, pendant la préparation d'une séance, quand le professeur de mathématique va choisir une situation d'apprentissage en relation avec l'organisation mathématique et didactique incluses dans son projet global didactique correspondant. Ce peut être pendant le déroulement quand il va prendre une décision pour réguler l'activité des élèves en s'appuyant sur des connaissances concernant à la fois le scénario didactique, les erreurs et les processus d'apprentissage des élèves. Ce peut être pendant un bilan réalisé sur le déroulement effectif d'une séance quand le professeur va engager une analyse *a posteriori* sur un incident survenu et le mettre en relation avec des origines possibles diverses liées à différents niveaux possibles de son activité : par exemple, les difficultés à gérer une phase de rappel en début de séance peuvent être liées à plusieurs origines, au décalage du moment d'institutionnalisation par rapport à la séance précédente, à la non reconnaissance d'une connaissance pointée par un élève ou à une gestion incorrecte de l'échange entre le professeur et les élèves.

Cette dimension renseigne aussi sur la capacité du professeur à mieux prendre en compte les contraintes liées au métier d'enseignant (les conditions d'exercice au sein de l'établissement, le niveau des élèves et leur origine sociale, ..).

Du côté dispositif de formation :

Cette dimension permet d'étudier les caractéristiques dominantes de l'organisation d'un dispositif de formation à fournir aux enseignants les moyens et les occasions de réguler leur enseignement à des échelles d'activités et des temporalités diverses. Elle renseigne en particulier sur les situations menées en formation pour amener les enseignants à observer, à analyser, puis évaluer leur activité dans des contextes différents et leurs effets sur les activités des élèves puis à prendre des décisions en interaction avec différents niveaux du projet.

4. La dimension négociation de la coutume didactique

La quatrième dimension concerne l'activité du professeur pour mettre en place les règles organisatrices du travail dans sa classe en lien avec la coutume didactique, pour que sa classe tourne et qu'il puisse y assurer l'enseignement des mathématiques. L'analyse suivant cette dimension nous semble un préalable incontournable pour avoir accès et comprendre d'autres aspects des pratiques des enseignants débutants.

Nous faisons ici référence à la coutume didactique, introduite par Nicolas Balacheff (Balacheff 1988) pour caractériser certains aspects relativement permanents du fonctionnement social des situations d'enseignement, soumis comme ceux du contrat didactique à de forts implicites. Balacheff défend l'idée que « la classe est une société coutumière ». Il entend « par coutume un ensemble de pratiques obligatoires, de façons d'agir établies par l'usage ; le plus souvent implicitement. La coutume se caractérise d'abord comme étant le produit de pratiques sociales. (...) La coutume didactique est complétée par des contrats, au caractère local, qui se négocient pour chaque tâche particulière (...). Certaines des propriétés énoncées pour le contrat didactique peuvent être reformulées en référence à la coutume » (Balacheff 1988 p 21). Et ce sont les ruptures de cette coutume, par les effets voire les sanctions auxquelles elles donnent lieu, qui donnent aux élèves les indices les plus explicites de ce qui doit être respecté, comme de ce qui n'est pas licite. Ainsi la coutume règle le fonctionnement social de la classe dans la durée, ses règles de fonctionnement ayant plus ou moins été explicitées par le professeur, à partir des « règles de vie ». Cette perspective est aussi défendue par d'autres chercheurs comme Astolfi, Darot, Ginsburger-Vogel, et Toussaint (Astolfi et al 1997).

Cette dimension permet d'étudier comment se rencontrent dans la « coutume didactique » interne à la classe, à la fois les règles établies par l'usage, à travers la culture scolaire et les règles d'organisation du travail dans un établissement[13], et les règles que va faire vivre l'enseignant. Ces règles, au-delà d'habitudes culturelles au poids très important et auxquelles il est difficile d'échapper comme membre du système d'enseignement, dépendent aussi de la composante personnelle de ses pratiques (Robert et Rogalski 2002a)[14].

Du côté enseignant :

Cette dimension permet d'étudier comment le professeur concilie les normes, les contraintes sociales en place dans l'établissement où il enseigne et ses conceptions propres de l'enseignement/apprentissage. Elle renseigne sur le fonctionnement social des situations d'apprentissage que le professeur met en place et son influence sur les conditions d'apprentissage et l'installation du rapport au savoir.

Du côté dispositif de formation :

Cette dimension permet d'étudier et de situer comment la formation prend en compte les composantes personnelle et sociale des pratiques enseignantes dans la négociation de la coutume didactique en classe.

B. Une structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes

A partir de ces quatre dimensions issues d'une transposition des outils de la didactique développés dans les approches théoriques sur les pratiques enseignantes, nous définissons une structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes. Nous précisons une

---

[13] Ces règles peuvent prendre en compte plusieurs autres paramètres, et en premier lieu, des contraintes liées au métier, le type d'établissement (collège, lycée professionnel ou général, centre ville ou non), le fonctionnement de l'établissement en lien avec le règlement intérieur (règles de gestion du retard, des conflits, ...), les habitudes de l'équipe des professeurs (progression commune, devoirs communs, ...), les relations établies avec les parents en lien avec l'évaluation...

[14] Ce peut être sa conception de l'apprentissage et de l'enseignement, ses croyances (respect et prestige du professeur dans l'établissement, raisons de la réussite d'un élève (réussite en maths innée, rôle de la valorisation des élèves, ..), sa conception du métier d'élève et du métier de professeur, son rapport aux mathématiques, son rapport au savoir et à l'école (Charlot, Bautier et Rochex 1992), son histoire personnelle en lien avec sa scolarité.

échelle de développement des pratiques prenant en compte la multidimensionnalité des aspects de la pratique pendant une période donnée. Nous proposons ainsi pour les trois premières dimensions quatre degrés de développement. Pour opérationnaliser la structure d'analyse multidimensionnelle, nous associons à chaque dimension d'analyse des indicateurs pour caractériser les degrés de développement. Avant de présenter cette structure, nous précisons sur un exemple l'imbrication des multiples analyses que l'utilisation de cette structure met normalement en jeu.

1. L'analyse multidimensionnelle : un jeu entre le grain microscopique et le grain macroscopique à plusieurs niveaux

Pour étudier les degrés de développement des pratiques, sur chaque dimension, nous avons organisé un jeu dialectique entre l'analyse de l'activité de l'enseignant à un niveau donné du projet d'enseignement, sur un thème donné, *via* les observables à disposition, en particulier les organisations praxéologiques, l'analyse *a priori* des tâches à un niveau microscopique, et leur analyse transversale à un niveau macroscopique, sur le moyen terme, par croisement d'indicateurs pour déterminer des cohérences de pratiques, par dimension.

En voici un exemple bref en ce qui concerne la dimension *organisation praxéologique* : un enseignant veut aborder le thème « résoudre une équation du premier degré à une inconnue » en classe de quatrième. Nous montrons l'analyse menée au niveau microscopique.

Quelle organisation mathématique met-il en place ? A-t-il identifié, dans les programmes selon le niveau de classe, les différents types de techniques possibles pour résoudre une telle équation ? Les a-t-il associés à une évolution théorique ? Laquelle ? A-t-il identifié les ruptures épistémologiques en jeu ? A-t-il identifié quelles tâches permettent de motiver l'introduction de la technique algébrique ? A partir de quels types de tâches : (T1) « Mettre en équation un problème » ou (T2) « Résoudre une équation du premier degré » ? Quel type d'équation les élèves sont-ils amenés à résoudre : $ax = b$ ou bien $ax+b = cx+d$[15]? Comment le professeur a-t-il mis en relation l'organisation mathématique associée à la résolution des équations et celle associée à la production d'expressions algébriques au sein de l'organisation mathématique régionale associée à l'algèbre élémentaire ?

Comment organise-t-il son enseignement ? Motive-t-il l'introduction de la technique algébrique comme l'indiquent les commentaires du programme de quatrième, applicables à la rentrée 2007 « *Le choix des problèmes doit faire l'objet d'une attention particulière. Des situations qui aboutissent à une équation du type ax+b = cx+d permettent de mettre en évidence les limites des méthodes de résolution arithmétique ou par essais et ajustements et de faire percevoir l'intérêt de la méthode de résolution algébrique* » ? Comment le professeur organise-t-il la première rencontre ? Comment amène-t-il les élèves à élaborer la technique algébrique ? Comment institutionnalise-t-il la technique algébrique ?

L'enseignant qui choisit la tâche T2 avec une équation du type $ax = b$ ne mobilise pas les mêmes connaissances professionnelles que l'enseignant qui choisit la tâche *T1* se ramenant à une équation du type $ax+b = cx+d$, puis fait varier les variables didactiques que sont les coefficients les a, b, c et d pour montrer aux élèves les limites de la technique « Tester si une égalité est vraie pour une valeur numérique donnée".

Nous devons ensuite étudier le scénario prévu pour motiver le travail sur ce thème et le mettre en œuvre en classe, ce que nous ne détaillons pas ici. Cet exemple illustre bien nous semble-t-il l'analyse à mener *a priori*, pour chaque thème mathématique donné, à un niveau scolaire, dans une classe donnée, tant au niveau des praxéologies institutionnelles

[15] Il faudrait aussi préciser la nature des nombres a, b, c et d .....

(programmes), que de celles en cours dans les manuels, ou dans les ressources utilisées, pour prendre en compte le contexte d'enseignement et les possibles.

2. En ce qui concerne l'organisation praxéologique

Pour faire l'analyse selon cette dimension, on doit disposer de manière idéale des préparations et des documents réalisés par les enseignants (cahier de texte ou organisation de la progression) et des transcriptions des déroulements de séances. A partir de ces données, il s'agit de reconstituer des éléments des organisations mathématiques en jeu sur les thèmes abordés, ponctuelles à partir d'un type de tâches ou locales autour d'un thème, et les moments de l'étude mis en jeu pour organiser l'enseignement, comme ci-dessus.

Nous précisons les indicateurs (ou critères) retenus pour étudier les organisations praxéologiques qui sous-tendent l'activité de conception du professeur. Pour faciliter la lecture nous distinguons l'analyse des organisations mathématiques et didactiques, même si nous savons bien combien celle-ci nécessite des études croisées. Nous exploitons des critères d'analyse définis par Y. Chevallard (Chevallard 1999).

Du côté des organisations mathématiques

A partir de quelles organisations mathématiques le professeur découpe-t-il l'enseignement des savoirs ? Les types de tâches sont-ils clairement identifiés et pertinents par rapport au savoir visé ? Les techniques sont-elles identifiées en relation avec la technologie et la théorie mobilisée ? L'articulation entre technique ancienne et nouvelle est-elle prévue ? Le discours raisonné concernant les techniques est-il bien identifié et adapté par rapport au savoir visé? Les raisons d'être des types de tâches sont-elles explicitées ? Le problème de la justification des techniques est-il posé ? La justification est-elle explicitée ? Exploitée ? Quel est l'équilibre entre la *praxis* et le *logos* (justifications mobilisées avec un discours technologique associé ou non) ? Quelle est la complétude des praxéologies ? L'étude des organisations mathématiques locales, régionales, globales permet-elle d'accompagner les ruptures d'ordre épistémologique ?

Nous proposons ainsi comme indicateurs pour étudier les organisations mathématiques, l'identification des types de tâches, des techniques, du discours technologique utilisé pour justifier les techniques et des éléments théoriques utilisés pour garantir la validité de la technologie, l'existence de raisons d'être de types de tâches et leur pertinence, l'équilibre entre *praxis* et *logos*, la complétude des organisations mathématiques, le lien entre les organisations ponctuelles, locales voire globales.

Du côté des organisations didactiques

Comment le professeur organise-t-il les différents moments de l'étude ? Certains sont-ils absents ? Comment le professeur organise-t-il la première rencontre puis l'élaboration d'une technique ? Comment le professeur organise-t-il le travail de la technique ? Articule-t-il connaissances anciennes et nouvelles ? Avec quelle situation d'introduction ? Est-elle adaptée d'un point de vue épistémologique ? Quelle gestion est prévue ? Comment mène-t-il à bien l'institutionnalisation ? Ce moment est-il articulé avec le moment de la première rencontre et de l'exploration de la technique ?

Nous proposons ainsi comme indicateurs la présence des différents moments de l'étude, l'équilibre entre ces moments et leur articulation, l'adéquation des situations proposées d'un point de vue épistémologique selon le moment de l'étude.

Du côté des problèmes et des tâches

Pour compléter l'étude de l'organisation praxéologique, nous étudions les tâches proposées, selon leur quantité[16], la forme des énoncés et le type d'adaptation des connaissances en jeu[17] (Robert 2008). L'étude de l'ensemble des tâches mathématiques proposées aux élèves complète donc celle de l'organisation praxéologique, comme l'indique C. Castela (Castela 2008).

Ces indicateurs relèvent d'analyses *a pri*ori à différents grains de finesse, liées aux contenus mathématiques en jeu[18], en fonction des programmes au niveau de classe considéré. Toute étude est précédée d'une analyse *a priori,* à plusieurs niveaux du projet d'enseignement, des enjeux de savoir et des stratégies d'enseignement possibles, des processus d'apprentissage et des classes d'erreurs, des types de tâches en jeu et des techniques, des problèmes associés à leur étude avec les scénarios d'étude. Selon les valeurs des indicateurs, nous définissons quatre modes.

Le tableau ci-dessous indique les différents modes de développement des pratiques et certaines de leurs caractéristiques que la recherche a montrées être particulièrement discriminantes.

Organisation praxéologique

	Organisation Didactique	Organisation Mathématique	Choix des tâches
Mode 1	Organisation binaire (Moments de 1ère rencontre et d'élaboration de la technique absents)	OM peu identifiées et juxtaposées ; Dissociation entre la *praxis* ou le *logos*	Tâches visant l'application immédiate de connaissances
Mode 2	1ère rencontre et élaboration de τ, absence institutionnalisation, des situations d'introduction peu adaptées	OM locales non complètes ; praxis / logos non équilibré ; des techniques nouvelles et anciennes peu articulées	Tâches visant l'usage de connaissances mobilisables
Mode 3	Présence des différents moments de l'étude, situations d'introduction plus adaptées mais encore pauvres d'un point de vue épistémologique	OM locales assez complètes, articulant connaissances anciennes et nouvelles, praxis / logos plus équilibré..	Tâches visant la mobilisation de connaissances avec niveaux d'adaptation variés
Mode 4	OD ternaire, équilibre et articulation entre les différents moments, situations d'introduction adaptées d'un point de vue épistémologique	Dynamique entre OM ponctuelles, locales et globales, analyse épistémologique du savoir praxis/ logos équilibré	Tâches visant aussi l'usage de connaissances disponibles sur différents thèmes

Tableau n°18 : Les modes de développement pour la dimension *organisation praxéologique*

Précisons que les sous-dimensions ne sont pas indépendantes pour les organisations mathématique et didactique[19].

---

[16] En lien avec l'étude du curriculum praxique (Castela 2008)

[17] Lié à la forme de l'énoncé (fermé, découpé en sous questions, semi- ouvert, ouvert) et le niveau des connaissances en jeu (technique, mobilisable, disponible) (Robert 2008)

[18] Cette démarche permet d'inclure l'étude des questions d'intégration de logiciels.

[19] « La TAD propose une hiérarchie de niveau de codétermination (Chevallard 2002b) entre les OM scolaires et les OD correspondantes, c'est-à-dire entre les façons de structurer les questions mathématiques à étudier et les manières d'organiser l'étude des mêmes questions à l'école. Cette hiérarchie se structure au moyen d'une succession de niveaux des OM et OD :

Société→École→Pédagogie→Discipline→Domaine→Secteur→Thème→Question

3. En ce qui concerne la gestion didactique

Nous étudions comment le professeur organise la gestion du déroulement de situations d'apprentissage en classe, selon le moment d'étude concerné[20]. Pour faire l'analyse selon cette dimension, on doit disposer de manière idéale des analyses *a priori* de séance, des transcriptions complètes, donnant l'ensemble des échanges lors du déroulement, et si possible de vidéos qui permettent d'avoir accès aux interactions au-delà du seul discours.

Comment le professeur organise-t-il les différentes phases de la séance (rappel, recherche, mise en commun, synthèse) ? Comment le professeur organise-t-il le processus de dévolution ? Comment le professeur régule-t-il le travail de recherche des élèves en lien avec le milieu construit ? Comment le professeur organise-t-il l'institutionnalisation ? Comme le professeur gère-t-il les interactions avec les élèves ? Quelle responsabilité attribue-t-il aux élèves pendant la recherche et la validation des solutions, en lien avec le contrat didactique ?

Il est utile d'appuyer l'étude sur un découpage des transcriptions des vidéos sur des phases jugées significatives des pratiques du professeur (Sensevy et al. 2000, Robert 2004). On réalise un découpage en épisodes permettant d'étudier les activités organisées pour les élèves par le professeur en lien avec le savoir mathématique en jeu dans la classe. On analyse ensuite les déroulements à partir de la nature des différentes phases (rappel, recherche, mise en commun et synthèse), les modalités de travail et leur durée, l'activité du professeur en lien avec l'activité des élèves[21], la gestion des interactions entre les élèves et le professeur, la validation des solutions.

Nous définissons aussi quatre modes de développement des pratiques à partir des indicateurs suivants : les formes de modalités de travail et la durée, le processus de dévolution, l'organisation du milieu pour réguler l'activité des élèves, le contrat didactique qui définit le rôle du professeur et des élèves dans la construction des connaissances en lien avec les aides du professeur, l'institutionnalisation du savoir, l'organisation du temps didactique. Nous prenons aussi en compte les effets de l'activité réelle du professeur sur les activités des élèves.

Ce niveau d'analyse à grain fin nécessite une analyse *a priori* de l'activité prévisible des élèves et du professeur selon les différents épisodes en lien avec l'analyse des potentialités des problèmes et des énoncés en jeu[22] puis les analyses *a posteriori* à partir des observables recueillis.

[20] Nous avons laissé aux enseignants toute liberté pour choisir les thèmes et les moments d'étude des séances observées. Les enseignants acceptaient d'être observés pendant trois ans et nous ne voulions pas augmenter les contraintes.

[21] Les interventions de l'enseignant peuvent avoir une influence sur le niveau d'adaptation des connaissances mises en jeu pour résoudre un problème.

[22] Nous nous situons à l'intersection des approches d'Assude, Mercier et Sensevy (Assude, Mercier et Sensevy 2007) et de Robert et Rogalski (Robert et Rogalski 2002a, Robert 2008) pour organiser l'analyse des transcriptions. Nous organisons le découpage à partir de l'analyse des activités des élèves provoquées par le professeur et nous reconstituons des éléments concernant le topos des élèves et du professeur, l'organisation du milieu et le temps didactique.

Gestion didactique

Gestion du déroulement

Mode 1	Le professeur fait cours ; peu de prise en compte des élèves : pas de dévolution, milieu sans potentiel a-didactique, responsabilité du côté du professeur
Mode 2	Gestion essentiellement collective avec prise en compte des élèves mais guidage important ; Processus de dévolution ou d' institutionnalisation peu développé, recherche peu présente, milieu avec un faible potentiel a-didactique et guidage important ; contrat didactique : responsabilité essentiellement du côté du professeur
Mode 3	Organisation de différentes phases (recherche, ..., synthèse) mais pas toujours équilibrées en temps et productives ; Processus de dévolution et d'institutionnalisation; milieu avec davantage de potentiel a-didactique; contrat didactique : davantage de validation à la charge des élèves ; prise en compte d'erreurs par le professeur ; développement d'aides méthodologiques ;
Mode 4	Gestion équilibrée des différentes phases (temps pour dévoluer des tâches aux élèves, les laisser chercher, organiser formulation et validation des réponses dans des exercices à des moments différents, organiser institutionnalisation en lien avec mémoire didactique) ; milieu adapté avec aides méthodologiques ; contrat didactique équilibré.

Tableau n°19 : Les modes de développement pour la dimension *gestion didactique*

Le tableau ci-dessus indique les différents modes et certaines de leurs caractéristiques que l'étude a montrées être particulièrement discriminantes en ce qui concerne la dimension *gestion didactique.*

4. En ce qui concerne la régulation didactique

L'étude de la *régulation didactique* de l'activité du professeur permet d'étudier comment le professeur conçoit, analyse, interprète et gère l'avancée de son projet d'enseignement dans une situation de travail donné, en articulation avec les autres niveaux du projet. Comment le professeur organise-t-il ses préparations et ses bilans, avec quelles interactions entre les projets local et global, l'observation anticipée ou réelle de l'activité des élèves ? Quelle est la place de l'analyse *a priori* pour choisir des situations d'apprentissage et des exercices dans les ressources disponibles ? Les potentialités des exercices sont-elles étudiées en termes d'apprentissages visés ? Quelle est la place de l'analyse *a posteriori* pour interroger les décalages entre les prévisions et la réalisation ? Des alternatives sont-elles prévues en fonction de difficultés ?

Pour faire l'analyse selon cette dimension, on doit idéalement disposer des analyses *a priori* de séances et des bilans, traces de l'analyse *a posteriori*, des transcriptions complètes « en termes d'échanges » du déroulement de séances à partir de vidéos, et si possible de transcriptions d'entretiens réalisés avant et après l'observation d'une séance.

Nous définissons aussi quatre modes de développement des pratiques à partir des indicateurs suivants : la place de l'analyse *a priori* et des bilans dans les documents réalisés, la dynamique qui existe entre les différents niveaux de l'activité du professeur, à différents grains d'analyse, pendant la préparation, en situation lors des prises de décision ou pendant le bilan. En particulier, nous étudions si le professeur modifie des énoncés d'exercices, prévoit l'activité envisageable des élèves (procédures, erreurs) et celle du professeur (difficultés de gestion et réponses appropriées) et ceci, de façon coordonnée.

Régulation didactique

	Dynamique des aspects local et global du projet d'enseignement
Mode1	Peu ou pas d'analyse ; mobilisation d'outils didactiques quasi absente
Mode 2	Faible mobilisation d'outils didactiques ; centrage sur le projet local ; analyse principalement descriptive ; analyse *a posteriori* peu outillée et pauvre
Mode 3	Mobilisation d'outils didactique (analyse *a priori projet global et local);* plusieurs aspects envisagés (potentialités des énoncés choisis et de variables didactiques de la situation d'apprentissage ; alternatives prévues en lien avec procédures et erreurs envisageables) Dynamique visible entre différents niveaux d'analyse lors de l'analyse *a posteriori* encore peu développée
Mode 4	Mobilisation d'outils didactiques : analyse *a priori* riche montrant une analyse sur les OM en jeu, le rôle du milieu, des connaissances épistémologiques, ... Dynamique entre différents niveaux d'analyse lors de l'analyse a posteriori, outillée par les connaissances didactiques.

Tableau n°20 : Les modes de développement pour la dimension *régulation didactique*

Le tableau ci-dessus indique les différents modes et certaines de leurs caractéristiques que l'étude a montrées être particulièrement discriminantes en ce qui concerne la dimension *régulation didactique.*

5. En ce qui concerne la négociation de la coutume didactique

L'étude de *la négociation de la coutume didactique* a pour but de caractériser comment le professeur organise les règles de fonctionnement social des situations d'apprentissage dans sa classe.

Nous définissons des indicateurs non indépendants pour décrire la coutume didactique : l'organisation du travail (entrée, retard, absence, travail scolaire, ..), le niveau sonore accepté, les règles concernant la gestion des conflits, la valorisation des élèves, la prise d'initiative laissée aux élèves, l'implication du professeur et des élèves (structure des échanges) (Pariès 2007).

Contrairement aux autres dimensions où nous étions guidée par les approches théoriques pour définir une hiérarchie et établir des modes de développement des pratiques, pour ce qui est de la négociation de la coutume didactique, cela reste plus « flou ». Aussi, ne définissons-nous pas ici de modes pour cette dimension.

Cette approche multidimensionnelle structure l'analyse des pratiques selon quatre dimensions, en définissant des modes sur les trois premières qui servent d'échelles de valeurs pour comparer les pratiques enseignantes en prenant en compte leur complexité et leur cohérence. On peut par ailleurs rajouter des axes à cette structure d'analyse multidimensionnelle, par exemple un axe relatif à l'intégration de la technologie (intégration instrumental et praxéologique) inspiré des travaux présentés dans le chapitre 1. Cette modélisation doit permettre de mettre en relation le développement des pratiques enseignantes et celles développées dans des dispositifs de formation.

C. *Une première opérationnalisation : éléments d'analyse et de conception de dispositifs de formation*

Nous avons construit la structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes pour décrire à la fois des logiques d'action des professeurs et des caractéristiques dominantes des scénarios de formation, pour pouvoir ainsi les mettre en relation. Nous allons opérationnaliser cette structure d'analyse pour étudier le développement professionnel d'enseignants débutants en relation à la formation initiale suivie.

Préalablement nous allons indiquer des éléments à prendre en compte pour décrire un dispositif de formation. En effet, pour faciliter l'interprétation du développement des pratiques enseignantes en rapport avec la formation suivie, nous proposons une description des scénarios de formation compatible avec celle utilisée pour décrire les pratiques enseignantes. Aussi, pour chacune des dimensions, nous indiquons des questionnements utilisés pour interroger les situations de formation afin d'avoir accès au modèle de pratique qui sous-tend la formation.

Nous l'exploitons pour expliciter les conditions mises en place dans la formation initiale des PLC2 de l'IUFM d'Amiens pour développer des aspects des pratiques sur les différentes dimensions.

1. Une adaptation pour prendre en compte les rapports entre pratiques et formation

Les activités proposées en formation dépendent des objectifs visés : travail sur les savoirs mathématiques, sur les connaissances professionnelles au sens large, les pratiques, les représentations ou croyances. Elles sont variées. Ce peut être des activités de travail sur les mathématiques et leur histoire pouvant prendre des formes diverses. Ce peut être des activités d'analyse, de classement, de comparaison, sur des contenus et matériaux variés (programmes, progressions, chapitres de manuels, problèmes, énoncés[23], contrôle, productions, d'erreurs d'élèves). Ce peut être des activités de préparation de séquences, de séances (scénarios). Ce peut être des activités d'observation, d'analyse de pratiques à partir des cahiers de textes, des transcriptions (complètes, traces) de séances, de vidéos d'enseignants experts ou de formés. Ce peut être des échanges d'expérience prenant appui sur l'activité des professeurs menée dans le cadre des stages en responsabilité ou de pratique accompagnée. Les choix réalisés pour le dispositif de formation constituent autant de conditions sur le développement des connaissances professionnelles des formés, relatives au savoir enseigné et à son enseignement, autour des trois dimensions, épistémologique, cognitive et didactique, pour un domaine de savoir mathématique donné (Lenfant 2002),
Aussi, on peut se demander au vu des dispositifs de formation :

Les activités proposées en formation amènent-t-elles les professeurs à fonder, analyser et contrôler les contenus mathématiques à enseigner et l'organisation de leur enseignement, par rapport aux attendus institutionnels ? Sont-elles prévues pour amener les professeurs à construire des projets didactiques, à différents niveaux global, local de projet de l'enseignant, sur des thèmes mathématiques donnés ? Comment les activités sont-elles introduites ? Pour répondre à des tâches enseignantes sur le terrain ? En lien avec le travail des enseignants débutants dans leur stage en responsabilité pour en motiver l'intérêt ?

[23] Nous distinguons ce qui relève d'activités de typologie de problèmes, d'activités d'analyse des potentialités de problèmes par rapport à un objectif d'apprentissage visé, d'analyse d'énoncés d'exercices en lien avec le niveau d'adaptation des connaissances en jeu dans la résolution.

Les pratiques effectivement impliquées dans ces activités dépendent aussi des outils de conception, d'analyse, d'observation, mobilisés et des modalités de travail.

En ce qui concerne les outils, nous cherchons en particulier à analyser les rapports que ces outils entretiennent avec le champ didactique dans sa diversité, dans les différentes échelles d'activité de l'enseignant. Les outils développés en formation s'appuient sur une transposition d'outils didactiques théoriques variés. Aussi, on peut se demander au vu des dispositifs de formation :

Les outils d'analyse *a priori* ou *a posteriori*, sont-ils mobilisés de façon à identifier clairement les savoirs théoriques, et ceci de façon fonctionnelle et à différentes échelles de l'activité du professeur ? Sont-ils transposés d'outils didactiques ? Lesquels ? Si oui, le langage utilisé est-il adapté à la communauté de formation (formateurs IUFM, conseillers pédagogiques, PLC2), voire construit en collaboration ? Comment ces outils ont-ils émergé ? Pour répondre aux tâches enseignantes ? En lien avec le travail des enseignants débutants dans leur stage en responsabilité pour en motiver leur intérêt ?

Les pratiques impliquées dans les activités de formation vont aussi dépendre des modalités et des stratégies de formation utilisées. Dans les scénarios de formation, plusieurs stratégies interviennent : ostension, homologie, développement ou analyse de pratiques (Assude et Grugeon 2006). Les formés sont alors en position soit d'élèves soit d'enseignants. Les activités peuvent s'inscrire au niveau du travail prescrit par l'institution, et ce sont les composantes institutionnelle ou cognitive qui sont engagées. Les activités peuvent s'inscrire sur du travail réel portant sur des pratiques effectives (à partir de vidéo sur la gestion des interactions, des prises de décision) et ce sont les composantes personnelle, médiative ou sociale qui sont alors impliquées à l'échelle d'activité de la gestion du déroulement, de la régulation ou de la négociation de la coutume didactique[24] (Robert 2008 p323-324). Aussi, on peut se demander au vu des dispositifs de formation :

Y a-t-il des activités de formation où les enseignants analysent le travail réel de l'enseignant, à différents niveaux de l'activité de l'enseignant ? Dans quelle position se trouve le formé ? Y a-t-il des activités de formation pour amener les enseignants à intégrer des prévisions de déroulement au travail sur les contenus, en prenant progressivement en compte les contraintes sociales et institutionnelles liées au contexte d'enseignement de leur classe ?
Ya-t-il des activités de formation prévues pour travailler la flexibilité de l'activité de l'enseignant pour réguler son enseignement ?
Y a-t-il des activités de formation pour amener les professeurs à réfléchir sur l'organisation des règles de fonctionnement social des situations d'apprentissage dans sa classe ? Sur la question des normes du métier ? Sur la gestion des contraintes du métier et les marges de manœuvre à la disposition des enseignants possibles, en prenant aussi en compte les apprentissages mathématiques visés ?

Nous croisons maintenant ces variables et les dimensions d'analyse des pratiques enseignantes pour étudier les conditions mises en place en formation pour développer chacune des dimensions des pratiques. Nous formulons des hypothèses sur des conditions favorables à un développement des pratiques sur chacune des dimensions d'analyse des pratiques.

[24] Robert indique que les activités peuvent aussi porter sur du travail souhaité (en lien avec des savoirs didactiques du côté des savoirs ou du côté des apprentissages) et ceci, à différents niveaux de l'activité de l'enseignant (global ou local) : nous l'avons déjà abordé à partir des outils mobilisés.

Organisation praxéologique
- La mise en place d'activités variées à différents niveaux de projets et d'échelles d'activité de l'enseignant sur des contenus (du côté du savoir mathématique, du côté des apprentissages des élèves, du côté des situations d'apprentissage) et des contextes variés ;
- L'usage d'outils d'analyse *a priori et a posteriori,* à différents niveaux du projet, du côté du savoir, des apprentissages ou de la situation, et en cohérence dans l'ensemble des situations de formation ; ils peuvent être transposés d'outils didactiques dans leur diversité[25] ; ils ont été motivés à partir d'activités partant des pratiques réelles dans le cadre de l'alternance terrain/formation et sont utilisés avec un langage partagé par l'ensemble des formateurs ;
- L'implication à la formation en position d'« élèves-professeur » ou de « professeur », la deuxième position étant déterminante[26].

Gestion didactique :
- La mise en place d'activités de préparation liant contenus et déroulement dans les analyses *a priori* impliquant les mathématiques et d'activités d'analyse réflexive de pratiques s'appuyant sur des analyses *a priori/a posteriori ;*
- L'implication de pratiques réelles s'appuyant sur l'alternance terrain/centre de formation, *via* l'étude d'épisodes de séance à partir de vidéos ;

Régulation didactique
- La mise en place d'activités faisant intervenir de façon dynamique des connaissances à différents niveaux de projets, à des échelles d'activités de l'enseignant variées ;
- L'implication de pratiques réelles s'appuyant sur l'alternance terrain/centre de formation, *via* des échanges de pratiques ou l'étude d'épisodes de séance à partir de vidéos ;
- La mise en place d'un travail en collaboration avec les différents formateurs, conseillers pédagogiques, formateurs IUFM, de façon à développer autant que faire se peut conjointement, les mêmes outils et le même vocabulaire professionnel.

Négociation de la coutume didactique
Au-delà des deux dernières conditions précédentes
- La mise en place d'activités faisant intervenir la question des normes du métier, la gestion des contraintes du métier et les marges de manœuvre à la disposition des enseignants possibles, en favorisant les apprentissages.

2. Le dispositif de formation initiale de l'IUFM d'Amiens

Nous présentons le dispositif de formation initiale des PLC2 de mathématiques mis en place à l'IUFM d'Amiens à partir de 2002-2003[27]. Il vise à développer les pratiques des enseignants débutants selon les quatre dimensions des pratiques, si possible, à des modes 3 ou 4 pour les trois premières dimensions.

Il s'appuie sur trois types de situations de formation organisées de façon articulée et chronologique qui structurent ce dispositif : des situations d'apports de savoirs professionnels sur l'enseignement des mathématiques et de questionnement, des situations d'échange

---

[25] Ils sont en partie cités par Robert (2008 p 324) : « Organisations Mathématiques en termes de types de tâches, techniques, technologie et théorie pour les uns, relief en termes de types de notions, niveaux de conceptualisation ou champ conceptuel, niveaux de mises en fonctionnement des connaissances pour les autres.
Il peut s'agir aussi d'éléments sur les apprentissages : variables liées aux déroulements comme les durées, les formes de travail, les aides de l'enseignant, les différences entre tâches et activités possibles, les différences entre élèves, pour les uns, Organisation Didactique avec différents moments de l'étude, notions de chronogenèse, topogenèse et mésogenèse pour les autres, contrat didactique pour presque tous ! » (Robert 2008 p 324)
[26] Cette hypothèse est formulée sur les quatre dimensions.
[27] Des évolutions locales ont été réalisées au cours des années pour améliorer le dispositif sans en modifier la philosophie.

d'expériences et d'analyse de pratique disciplinaire, des situations de compagnonnage entre pairs et formateurs.

Le schéma ci-dessous illustre le dispositif de formation à l'IUFM d'Amiens à partir de 2002-2003[28]. Le schéma met bien en évidence des modules imbriqués articulant les activités en formation à l'IUFM en appui sur les pratiques effectives réalisées pendant les séances en classe dans les stages de terrain, stage en responsabilité ou de pratique accompagnée. Le scénario est évolutif[29]. Ce scénario de formation est réalisé par une équipe de formateurs associés qui travaillent en collaboration avec le responsable de filière pour assurer de façon coordonnée les différents types de situation de formation[30]. Il a déjà été décrit dans (Grugeon 2006). Nous présentons un résumé synthétique des deux premiers types de situations.

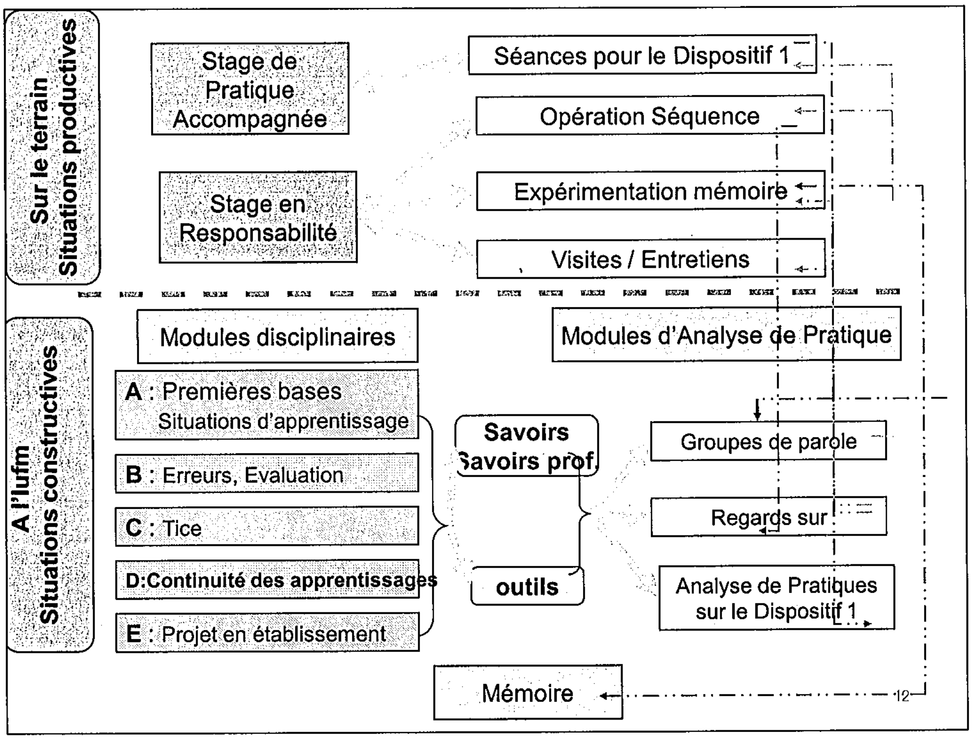


Figure 15 : Schéma présentant la formation (Grugeon 2006)

a) Les situations d'apports de savoirs professionnels sur l'enseignement des mathématiques et de questionnement

Objectifs des situations de formation

Les situations d'apports de savoirs professionnels sur l'enseignement des mathématiques et de questionnement visent à développer les pratiques enseignantes selon la dimension praxéologique. Deux objectifs sont principalement visés : d'une part faire acquérir aux professeurs stagiaires des repères sur les tâches prescrites par l'institution en particulier dans les programmes, d'autre part, leur faire découvrir et utiliser des questionnements et « outils »

[28] Des évolutions locales ont été réalisées au cours des années pour améliorer le dispositif sans en modifier la philosophie.

[29] L'évolution s'appuie sur des phases d'apport d'informations et de questionnement en début de formation puis des analyses de séances des formés par d'autres formés, s'appuyant sur l'alternance effective terrain / centre de formation et utilisant les outils d'analyse et d'observation développés à partir de savoirs didactiques.

[30] Ils ne sont aucunement présentés ainsi aux professeurs mais introduits comme des outils utiles à la réalisation des tâches professionnelles de l'enseignant.

variés sur les mathématiques enseignées, issus et transposés d'analyses didactiques (Grugeon 2006 p7)[31]. Ces situations ont donc pour enjeu d'outiller les PLC2, sur des thèmes donnés, pour les aider à travailler les savoirs mathématiques engagés, à choisir des stratégies d'enseignement, à définir des organisations mathématiques adaptées aux objectifs d'apprentissage, des problèmes potentiellement riches parmi des possibles, en prenant appui sur les processus d'apprentissage des élèves. C'est principalement la dimension *organisation praxéologique* qui est travaillée en articulation avec les autres dimensions.

Caractérisation des activités de formation

Deux caractéristiques complémentaires définissent ces activités de formation.

- Les formateurs ont choisi des thèmes représentatifs des programmes pour aborder les principaux enjeux de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques du collège au lycée. Ce peut être, par exemple, la question des continuités et les discontinuités du numérique à l'algébrique liées à l'introduction de nouveaux objets mathématiques, d'un nouveau formalisme et de nouvelles formes de raisonnement et de contrôle ; la notion de fonction et son caractère unificateur ; la géométrie plane et dans l'espace pour aborder le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie du raisonnement déductif, les questions de preuve et de démonstration.

Pour chaque thème abordé, les formateurs prennent en compte le travail réel des PLC2 dans leurs classes de stage en responsabilité. Au-delà des analyses organisées par les formateurs, chaque professeur stagiaire a en charge, au cours d'une séance de formation, d'argumenter le choix d'activités pour introduire une notion, ou des listes d'exercices pour travailler une technique, en lien avec sa progression et le niveau des élèves de sa classe. Pour ceci, il prend en charge une analyse de manuels et compare les activités d'introduction et les types de tâches sélectionnés par chaque manuel pour travailler les différents aspects d'une notion. Cette activité de formation permet donc de s'appuyer sur l'analyse de tâches prescrites et le travail réel des stagiaires pour dégager au niveau collectif des stratégies d'enseignement et des progressions possibles, des activités préparatoires pertinentes et adaptées aux objectifs d'enseignement visés, des listes d'exercices pour travailler différents aspects conceptuels des notions, propriétés abordées.

- Pour tenter d'augmenter l'efficacité de ce travail d'analyse, dès le début de la formation, les PLC2 sont amenés à percevoir la nécessité de s'organiser à la fois pour analyser les manuels, préparer et analyser *a priori* les tâches proposées à leurs élèves dans les séances, prévoir les déroulements, mais aussi pour observer et analyser ces déroulements. Aussi, dans ce but, des outils variés d'analyse et d'observation obtenus à partir de la transposition d'analyses didactiques sont fournis aux professeurs stagiaires. Ces outils sont systématiquement mobilisés pendant les activités en formation autour de l'analyse de manuels, de la comparaison d'activités préparatoires et de la modification des énoncés. Ils sont aussi utilisés pendant les analyses de vidéo présentées ci-dessous.

---

[31] Ce peut être des éléments relatifs aux mathématiques enseignées en lien avec les organisations mathématiques et didactiques. Ce peut être aussi des outils pour organiser les apprentissages des élèves : les variables didactiques d'une situation pour faire évoluer les procédures des élèves, le rôle de l'enseignant dans le processus de dévolution, dans la régulation du travail de l'élève en lien avec la gestion du milieu, la place de l'institutionnalisation dans la dépersonnalisation et la décontextualisation du savoir, la gestion du contrat didactique. Ce peut être aussi des outils pour aborder les différences entre tâches prescrites et tâches réelles, activités possibles et activités réelles du côté du professeur et des élèves, la question des aides de l'enseignant en lien avec le niveau d'adaptation des connaissances visées.

Les modalités de travail sont variées : exposés à partir de travaux réalisés dans leurs classes, résolution des problèmes en position d'élèves et production d'analyses *a priori* en petits groupes.

b) Des situations d'échange d'expériences et d'analyse de pratique disciplinaire

Au-delà des situations de compagnonnage entre pairs et formateurs qui permettent aux formateurs de terrain de questionner les pratiques réelles des PLC2, et de répondre à des questions « urgentes » portant sur la gestion au quotidien de la classe, la formation met en place des situations d'échange d'expériences désignées par « groupes de paroles », et d'analyse de pratique disciplinaire désignées par « Regards sur activités » (Grugeon, 2006)

Objectifs des situations de formation

Les situations d'échange d'expériences organisent l'échange d'expériences vécues entre professeurs stagiaires, leurs difficultés ou leurs réussites. Ce type de situation de formation vise à faire mutualiser des pistes possibles pour gérer des difficultés rencontrées en classe, en lien avec les contraintes du métier et les marges de manœuvre possibles. C'est principalement la dimension *négociation de la coutume didactique* qui est travaillée ici.

Les situations d'analyse de pratique disciplinaire visent à étudier des décalages entre les prévisions de déroulement et les réalisations effectives en classe. Elles ont pour objectif de favoriser des dialectiques entre des pratiques effectives en classe et l'analyse de leur déroulement, en visant l'interaction entre plusieurs niveaux du projet d'enseignement. Ce sont les dimensions *gestion didactique et régulation didactique* qui sont travaillées.

Caractérisation des activités de formation

Nous présentons ici plus particulièrement l'activité de formation correspondant aux « Regards sur activités ». Les professeurs stagiaires sont amenés à motiver, décrire les choix réalisés pour concevoir et mettre en œuvre une séance testée en classe, puis analyser les décalages repérés pendant le déroulement effectif. Avant le module de formation, le professeur stagiaire dépose sa préparation, son analyse et son bilan sur le site intranet de l'IUFM. Il donne accès à son activité de préparation, d'observation et d'analyse à partir de ses pratiques réelles aux autres stagiaires et formateurs. Cette activité préalable permet d'engager la poursuite de l'analyse *a posteriori* de la séance en formation.

Lors du module « Regards sur activité », le formateur organise le travail d'analyse selon le canevas suivant : présentation de la séance analysée par le professeur stagiaire, analyse *a priori* de l'exercice par le groupe de formation pour dégager l'activité prévue mais aussi d'autres activités a priori possibles, présentation par le professeur stagiaire du déroulement de l'épisode et des difficultés ou réussites à analyser, des axes d'observation et des observables, observation de la vidéo et/ou étude de la transcription d'un épisode du déroulement de la séance puis analyse par le professeur, analyse collective des pratiques effectives puis proposition d'alternatives globale ou locale en fonction des marges de manœuvre possibles (Grugeon 2006).

Cette activité de formation s'appuie donc sur l'observation et l'analyse d'épisodes de séances vécues filmées en classe, à partir de vidéos. Ces épisodes correspondent soit à une mise en activité des élèves, soit à une phase de recherche, soit à une phase de mise en commun ou de correction collective, soit à une phase de synthèse. L'enjeu est de permettre aux professeurs stagiaires de proposer des alternatives pertinentes suite à l'analyse des décalages reconnus entre les prévisions *a priori* et le déroulement réel, ou d'un incident, compte tenu des contraintes du lieu d'exercice et des marges de manœuvre disponibles. L'analyse du déroulement effectif met en jeu les outils présentés plus haut. Elle porte la plupart du temps sur la gestion des interactions entre les élèves et le professeur et son influence sur le processus de dévolution, la gestion du contrat didactique, le rôle des interventions du professeur sur l'activité des élèves. Elle peut porter aussi sur les régularités du discours de l'enseignant et son influence sur l'activité des élèves. Une analyse au niveau global (organisation mathématique, choix des situations d'apprentissage) peut s'avérer nécessaire au vu de difficultés liées à l'inadéquation de la tâche effective par rapport aux objectifs d'apprentissage visés. C'est le travail en interaction sur plusieurs niveaux de projet qui est développé ici : l'analyse de l'activité d'élèves trop décalée par rapport aux prévisions peut, au-delà de la gestion didactique, remettre en question le choix de la tâche prévue, voire du projet global.

Nous faisons l'hypothèse, au regard des questions formulées plus haut, que ce dispositif de formation favorise le développement des pratiques des enseignants débutants sur les différentes dimensions.

III. Trois études de cas

Nous opérationnalisons cette analyse multidimensionnelle sur un corpus varié de données recueillies de 2005 à 2008. Nous comparons ainsi le développement des pratiques de professeurs de mathématiques débutants en relation avec les activités organisées en formation à l'IUFM d'Amiens. Nous présentons les grandes lignes de la méthodologie d'analyse développée puis les premiers résultats, encore partiels.

A. Méthodologie

1. Deux types d'analyse

L'étude s'appuie sur une analyse des réponses à des questionnaires proposés aux professeurs stagiaires de deux promotions de l'académie d'Amiens et sur une étude qualitative menée auprès de quatre professeurs qui ont accepté d'être « suivis » sur un, deux ans ou trois ans. Cette recherche n'aurait jamais pu avoir lieu sans leur participation et leur patience.

2. Les enseignants – Les classes

Entre 2005 et 2008, nous avons observé quatre enseignants: Corinne, Joël, Mirène (PLC2 en 2005-2006) et Bernard (PLC2 en 2006-2007)[32]. L'observation de Corinne n'a duré qu'un an, Corinne ayant été nommée dans une autre académie. Nous avons observé ces enseignants dans leur classe de deux à cinq heures chaque année (Voir annexe 1). Les séances ont été filmées. Les enseignants ont fourni tous les documents relatifs aux séquences correspondantes. Chaque déroulement de séance était suivi d'un entretien[33].

Les conditions d'expérimentation ont permis de couvrir la diversité des situations d'enseignement : le statut d'établissement (collège/lycée), la situation de l'établissement

[32] En 2005-2006, Corinne enseignait en classe de 2e dans un lycée scientifique d'une ville de banlieue. Corinne était contractuelle l'année précédente. En 2005-2006 Mirène enseignait dans une classe de 3ième d'un collège d'une petite ville rurale, classe hétérogène d'élèves peu motivés. Elle a été nommée en 2006-2007 dans un collège difficile de ZEP, ambition réussite. En 2007-2008, elle a rejoint son poste définitif dans un collège dans une petite ville rurale. En 2005-2006, Joël a passé le CAPES sans avoir suivi la préparation correspondante. Il a fait son stage en responsabilité dans une classe de 4ième d'un collège de petite ville rurale, classe d'un assez bon niveau. De 2006 à 2008, il a enseigné dans un collège difficile de ZEP de la région parisienne. Comme PLC2, Bernard a enseigné en 6e et 5e dans un collège ZEP d'une ville moyenne de l'Aisne. En 2007-2008, il enseigne dans un collège de petite ville rurale. Nous ne présentons pas les résultats concernant Bernard.

[33] Certains entretiens ne se sont pas passés dans des conditions optimales étant donné la longueur de la recherche.

(ville/campagne, centre / banlieue), le niveau d'enseignement, le niveau de la classe, le public d'élèves, le thème mathématique, le moment de l'enseignement dans la séquence, les modalités de travail. En 2006-2007, il a été possible que chaque enseignant réalise le même type de séance dans deux classes d'un même niveau scolaire ayant des résultats scolaires différents.

3. Les moyens d'observation – Recueil de données

Les données recueillies sont de nature diverse : les écrits des enseignants (cahier journal, préparations, cahier de textes)[34], les vidéos et transcriptions de vidéos sur plusieurs séances[35], sur une à trois années, des notes sur les séances observées, les transcriptions d'entretiens avec les enseignants, avant et après les observations, des écrits des élèves (cahiers, devoirs, etc.).[36] Nous avons laissé aux professeurs la liberté de choisir les thèmes et les moments d'étude concernant les séances observées pour que ceux-ci reflètent au mieux les cohérences en germe des pratiques transitoires des professeurs débutants à différentes étapes de la formation et des premières années d'exercice[37].

Pour chaque analyse de séance, sur un thème mathématique donné, nous développons deux types d'analyse : une analyse globale des choix d'enseignement, des organisations mathématiques et didactiques, des problèmes et des énoncés, ainsi qu'une analyse des déroulements. En ce qui concerne la première analyse, nous réalisons d'abord une brève analyse de manuels caractérisant des stratégies d'enseignement « typiques » correspondant à ce niveau scolaire. En ce qui concerne le deuxième type d'analyse, nous distinguons l'analyse globale des déroulements de celle des interactions enseignant / élève. La méthodologie utilisée est décrite précisément dans Grugeon (2008).

À partir de l'analyse des données et de leur interprétation, nous renseignons les indicateurs sur les quatre dimensions concernant l'*organisation praxéologique*, la *gestion didactique*, la *régulation didactique*, la *négociation de la coutume didactique*. Sur une durée d'une année, ou de deux ou trois ans, nous faisons une analyse transversale des valeurs par indicateur pour faire apparaître des cohérences des pratiques par dimension. Nous attribuons alors par dimension les modes qui permettent la comparaison des développements de pratiques à partir de l'échelle multidimensionnelle de développement présentée plus haut.

B. *Etude comparative des évolutions de pratiques : premiers résultats*

Nous présentons des résultats pour trois enseignants. Pour commencer, nous dégageons des caractéristiques globales d'évolution des pratiques pendant l'année de formation.

1. Une évolution des pratiques transitoires pendant la première année

Chaque année, l'évaluation de la formation des PLC2, *via* les grilles d'évaluation institutionnelles internes à l'institution, met en évidence des évolutions correspondant aux attentes institutionnelles, qui sont en phase avec les objectifs visés par la formation. L'analyse *via* la structure d'analyse multidimensionnelle permet d'étiqueter plus précisément et

[34] En formation, il a été proposé aux professeurs stagiaires un canevas des préparations écrites distinguant les objectifs visés, le scénario, l'analyse *a priori* du problème, l'activité prévue pour les élèves et pour le professeur.
[35] Les séances lors des visites formatives et des visites évaluatives n'ont pas été filmées mais ont fait l'objet d'une transcription directe lors de l'observation, aussi précise que possible.
[36] Joël nous a donné l'ensemble de ses documents produits sur trois ans.
[37] Au-delà des vidéos, nous avons recueilli les analyses en groupe de formation lors du dispositif « Regards sur », l'écrit professionnel réalisé lors du stage de pratique accompagnée et le mémoire professionnel. Les séances concernent des moments de première rencontre, de rappel de notions ou de travail de la technique dans des domaines différents, géométrique, numérique et fonctionnel.

d'éclairer des caractéristiques globales d'évolution à partir des quatre dimensions et modes que nous avons définis. Nous présentons des éléments du développement des pratiques de Corinne pendant son année de formation. Nous mettons en perspective ceux de Mirène et Joël.

a) Corinne : une évolution équilibrée sur les différentes dimensions des pratiques à partir d'une expérience préalable

Nous faisons une synthèse de ces évolutions à partir de (Grugeon 2008) en distinguant les trois axes. Nous nous appuyons sur trois séances observées au cours de l'année 2005-2006 :

Séance	Thème abordé	Objectifs
Octobre	*Du patron à la perspective*	Motiver la mobilisation des configurations de géométrie plane pour étudier des solides
Novembre	*Factorisation d'expressions algébriques*	Rappeler les types de techniques de factorisation d'une expression algébrique
Mars	*Vers la fonction carré*	Motiver l'introduction de la fonction carré

- *Organisation praxéologique*

Dans les trois séances observées, Corinne a choisi de présenter des séances se rapportant à un rappel ou à l'introduction d'une nouvelle notion. Corinne s'est appuyée sur la résolution d'un problème. C'est un aspect invariant qui semble bien ancré dans les pratiques transitoires de Corinne. Les problèmes choisis sont de plus en plus adaptés aux objectifs d'apprentissage visés. En effet, en Mars, le problème choisi pour introduire la fonction carré était pertinent pour motiver son usage comme *outil* de modélisation fonctionnelle, même si l'expression algébrique était complexe pour l'objectif visé. Ce n'était pas le cas du problème retenu pour « *Du patron à la perspective* » en Octobre, ce problème n'étant pas adapté pour aborder la question de la multiplicité des patrons d'un solide. Et en Novembre, Corinne n'avait pas proposé d'énoncé car les élèves devaient eux-mêmes produire des expressions pour motiver la diversité des techniques de factorisation selon la structure des expressions algébriques.

Nous avons analysé les séquences dans lesquelles sont inscrites les séances. Nous pouvons faire l'hypothèse qu'elles sont représentatives du travail de Corinne aux différentes étapes de la formation. En Octobre, Corinne a mis en place des organisations mathématiques ponctuelles juxtaposées. C'était le cas pour la tâche choisie en géométrie dans l'espace, le type de tâche en jeu n'étant pas vraiment connecté aux autres types de tâche étudiés. Ces pratiques transitoires étaient certainement à mettre en rapport avec le caractère plus problématique de ce domaine pour les enseignants. Cela n'a plus été le cas en Novembre et en Mars : l'ordre des tâches du type *factoriser* proposées dans le moment de travail de la technique était adapté pour dégager les différentes techniques envisageables selon la structure des expressions algébriques en jeu et pointer les limites de certaines techniques, même si cela restait perfectible ; celles concernant l'étude de la fonction carré permettaient d'étudier les types de tâches pour aborder les propriétés de cette fonction. La pratique de Corinne a évolué d'un travail à partir d'organisations mathématiques ponctuelles isolées et juxtaposées, à des organisations locales devenant progressivement plus complètes. De plus, les types de tâches choisis ont davantage lié l'aspect *objet* à l'aspect *outil* du calcul algébrique. En début d'année Corinne utilisait en géométrie de l'espace des techniques reposant sur des propriétés spatiales sans les justifier : la praxis était privilégiée par rapport au logos. En cours d'année le discours technologique a évolué et Corinne a organisé un travail structuré sur les justifications à partir des propriétés algébriques développées préalablement et du discours l'accompagnant, par exemple pour comparer deux expressions on étudie le signe de l'expression différence en la factorisant.

Pour chaque thème observé, tous les moments de l'étude ont été présents, même si les situations prévues étaient peu adaptées en début d'année. Le moment de l'institutionnalisation a été développé en cours d'année en s'appuyant davantage sur les situations d'introduction.

Dans les moments d'application et de réinvestissement, Corinne a proposé des exercices dans les chapitres sur les thèmes factorisation et fonction carré dont les questions ont mis en jeu des niveaux d'adaptation variés des connaissances travaillées (de l'exercice d'application directe à des exercices plus difficiles demandant des étapes intermédiaires).

- *Gestion didactique*

Pendant toute l'année, Corinne a développé principalement des phases collectives orales, les phases de recherche laissées à la charge des élèves étant très courtes. Elle a proposé le plus souvent aux élèves des aides qui tendaient à guider leur travail. Mais des évolutions sont cependant apparues en cours d'année.

En cours d'année, Corinne a proposé des milieux potentiellement plus riches pour organiser l'activité mathématique des élèves : en Novembre, Corinne s'était appuyée sur la présentation d'un solide de petite taille pour organiser le raisonnement visant à justifier la position de deux faces du solide ; en Mars, elle a d'abord fait construire la courbe représentative de la fonction étudiée par les élèves puis a projeté la courbe *via* un rétroprojecteur pour faire conjecturer le sens de variation de la fonction et initier la démarche de justification. Corinne a ainsi permis d'engager le processus de dévolution avec l'enjeu mathématique visé. Corinne a davantage articulé la médiation orale avec le travail écrit au tableau (séance de Mars). Au-delà d'un lieu de savoir, le tableau devient aussi un lieu de travail collectif (Vandebrouck 2002). Cette évolution peut être sans doute mise en relation avec la prise de conscience du professeur qu'un milieu tant matériel, qu'oral ou écrit, suffisamment riche et organisé, peut favoriser l'activité des élèves.

De plus, Corinne a organisé la gestion des interactions pour laisser davantage d'initiatives aux élèves : à partir d'aides méthodologiques du professeur, les élèves ont pu découper une tâche complexe en sous tâches simples pour mobiliser leurs connaissances algébriques techniques pour étudier le signe d'une différence (Mars). Corinne l'avait tenté en Novembre de façon inadaptée en laissant la charge complète aux élèves de créer des expressions à factoriser : on peut y lire une pratique transitoire, interprétation du leitmotiv développé à l'IUFM « il faut mettre les élèves en activité ».

Lors de la séance de Mars, Corinne a engagé davantage les élèves à proposer des solutions, des conjectures, à les faire valider. Elle a donné davantage de responsabilité aux élèves : on peut y lire une évolution du contrat didactique. Elle a aussi commencé à développer la gestion des erreurs. De plus, on constate moins de décalage entre ses prévisions *a priori* et la réalisation effective.

- *Régulation didactique*

Nous constatons que progressivement, Corinne a amélioré sa capacité à articuler les niveaux global et local pendant la préparation, qu'elle a cherché à anticiper le déroulement de la séance via l'analyse *a priori*, ce qui l'a aidée davantage à prendre des décisions pendant le déroulement des séances. En effet, contrairement aux séances d'Octobre et de Novembre, au-delà du contenu de « cours » de seconde prévu pour la séance de Mars, Corinne a réalisé une préparation écrite où elle a mobilisé des outils d'analyse variés développés en formation. Corinne y a développé l'organisation globale de la séquence, le scénario de la séance prenant en compte la dimension du temps mais aussi une analyse *a priori* riche (potentialités de l'activité préparatoire, activité envisageable des élèves et du professeur). Au-delà des enjeux d'évaluation portés par la visite évaluative, nous pouvons faire l'hypothèse que cette évolution paraît significative au vu des préparations des deux autres séances. De plus, pendant les entretiens, elle a analysé avec plus de pertinence les difficultés rencontrées pour proposer des alternatives plus adaptées aux difficultés rencontrées en prise sur le contexte de sa classe. Corinne a commencé à engager une interaction entre différents niveaux de projets pour analyser les décalages entre les prévisions *a priori* et les déroulements effectifs.

- *Négociation de la coutume didactique*

Corinne a mis en place des règles de vie dans la classe en rapport avec les règles de fonctionnement social à l'œuvre dans son établissement et avec l'équipe des professeurs de la classe. Elle a créé une bonne relation de travail avec ses élèves. Une volonté première a été leur réussite. Elle a fait respecter les règles de vie avec nuance en respectant ses élèves (ton de voix nuancé sauf quand elle pensait devoir l'élever pour régler un conflit) et en les valorisant. Ces règles ont permis aux élèves d'avoir une certaine autonomie pour chercher, poser des questions, valider des affirmations et justifier. Même si, les élèves l'ont souvent entraînée dans des relations duelles.

Les règles de fonctionnement social à l'œuvre dans la classe de Corinne, ainsi que des éléments du contrat didactique mis en place, sont en adéquation avec divers éléments de sa composante personnelle qui apparaissent dans le questionnaire rempli en début de formation. Elle précisait que, pour que les élèves apprennent les mathématiques, « il faut donner des méthodes de travail, avoir des séances structurées ». Elle indiquait qu'« un « bon » professeur est organisé dans le déroulement de ses cours ; il doit être à l'écoute des élèves » et que « les connaissances mathématiques et pédagogiques lui semblent utiles ». Corinne considérait qu'au-delà des préparations, « il faut s'adapter à l'évolution de la classe » lors du déroulement. Quand les élèves n'arrivent pas à démarrer, « on peut soit les faire réfléchir en petits groupes, soit leur donner une petite indication ». Elle est l'une des seules PLC2 à envisager le travail en petits groupes, avant la formation.

On peut parler déjà d'une logique d'action de Corinne mise progressivement en place dans la classe : il est en rapport avec le déterminant « établissement du stage en responsabilité » : elle prévoit des séances « structurées » qui s'appuient sur des analyses mathématique, cognitive et didactique permettant en cours d'année de proposer des situations de plus en plus riches, et prend davantage en compte les connaissances des élèves. Elle implique les élèves pour qu'ils comprennent, en intervenant beaucoup et en les guidant.

Au-delà du déterminant formation et de son expérience propre, le développement de ses pratiques a pu être favorisé par sa nomination dans un lycée technologique et général où les professeurs développent un travail d'équipe, des stratégies d'enseignement pour des élèves de milieux sociaux très hétérogènes, avec un enjeu commun : les valoriser et les faire réussir en faisant des mathématiques riches mais en prise sur leurs connaissances.

Nous pouvons résumer le développement des pratiques de Corinne (à partir des séances étudiées) ainsi :

Corinne	Avant formation	Fin Mars 2006
Organisation praxéologique		
Didactique	Mode 2	Mode 3
Mathématique	Mode 1	Mode 3
Tâche	Mode 2	Mode 3
Gestion didactique	Mode 2	Mode 3
Régulation dynamique	Mode 1	Mode 3

Tableau 21 : Développement des pratiques de Corinne

La dynamique de développement enclenchée semble se confirmer dans le cadre du mémoire professionnel.

b) Mirène : une évolution des pratiques encadrée par ses conceptions

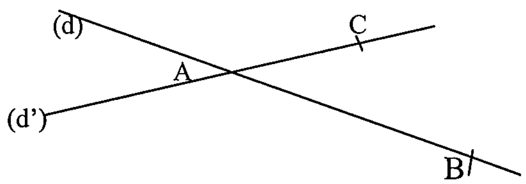
Nous ne retenons que des éléments qui nous apparaissent significatifs par rapport à l'étude comparative réalisée.

- *Organisation praxéologique*

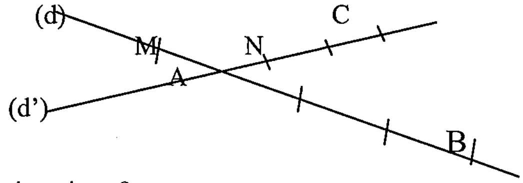
Nous nous appuyons sur trois séances observées au cours de l'année 2005-2006 dans sa classe de 3^e :

Séance	Thème abordé	Objectifs
Octobre	*Réciproque du théorème de Thalès*	Motiver l'introduction de la réciproque du théorème de Thalès
Février	*Les lignes trigonométriques : sin, tan*	Mobiliser les définitions dans des exercices d'application
Mars	*Egalité de vecteurs*	Motiver l'introduction de l'égalité de deux vecteurs

Dans les trois séances observées, Mirène a choisi de présenter des séances se rapportant à différents moments de l'étude, même elle a mis davantage l'accent sur l'introduction de nouveaux thèmes : réciproque du théorème de Thalès, égalité de deux vecteurs, la troisième séance concernant l'application des lignes trigonométriques. Elle s'est appuyée majoritairement sur les manuels pour choisir des activités préparatoires : dans le cas où l'activité ne lui convient pas, en Octobre par exemple, elle a conçu une autre version. Cette stratégie s'est affirmée en cours d'année.

<table>
<tr><td>Octobre : Activité « Réciproque de Thalès » (Mirène)</td><td>Mars : Activité « Egalité de vecteurs » (Belin 3^e)</td></tr>
<tr><td>


a. Dans la figure ci-dessus, placer M sur (d) et un point N sur (d') tels que AM/AB =AN/AC =1/3
Les droites (BC) et (MN) semblent-elles parallèles ?

Emilia dit : « Si les droites (d) et (d') sont sécantes en A et si on a deux points B et M sur (d) et deux points C et N sur (d') tels que AM/AB =AN/AC alors les droites (BC) et (MN) sont toujours parallèles. »
Laure répond qu'elle a tort en lui donnant pour contre-exemple la figure ci-dessous :


Qui a raison ?
</td><td>
a. Tracer un segment [AB], placer un point C hors de la droite (AB) puis construire l'image D du point C par la translation de vecteur AB. Démontrer que les segments [AD] et [BC] ont même milieu.

b. Tracer un segment [AB], placer un point C sur la droite (AB), et construire l'image D du point C par la translation de vecteur AB.
</td></tr>
</table>

Figure 16 : Enoncés proposés par Mirène

Mirène a choisi des problèmes pour explorer de nouveaux contenus portant davantage sur des questions internes aux mathématiques. En ce qui concerne la réciproque du théorème de

Thalès, le type de tâche en jeu dans le problème permet d'engager la conjecture du parallélisme des droites (MN) et (BC) puis sa démonstration, mais à condition de motiver la question de la généralisation (dans l'environnement papier crayon ou logiciel). Cela dépendra beaucoup de la gestion de la situation. Le travail sur les conditions d'application d'un théorème, prévu à partir de la question b), permet de mettre en place un discours technologique adapté et de justifier les conditions d'application de la réciproque du théorème de Thalès. En ce qui concerne l'égalité de deux vecteurs, le problème choisi est pertinent épistémologiquement : il prévoit la généralisation de la propriété étudiée dans le cas où les points sont alignés en introduisant la notion de parallélogramme aplati.

Nous avons analysé les séquences dans lesquelles sont inscrites les séances. Comme l'indique le programme, Mirène a voulu lier l'organisation mathématique locale concernant l'étude des vecteurs aux organisations mathématiques locales autour des thèmes translation et parallélogramme. Ce choix indique une évolution par rapport au début d'année où Mirène travaillait davantage sur des organisations mathématiques ponctuelles isolées et juxtaposées. Mirène a tendance, en géométrie, à conduire trop rapidement la justification théorique puis à l'exiger sans l'articuler suffisamment avec des techniques reposant sur la construction. Mirène n'a pas semblé toujours suffisamment sensible aux difficultés d'apprentissage des élèves en géométrie qu'elle semble avoir oubliées. En cours d'année, elle ancre davantage le discours théorique sur le bloc technique et les organisations mathématiques deviennent plus complètes, pour les séquences étudiées.

Mirène a mis en place les différents moments de l'étude. Lors de la première rencontre, elle ne propose pas toujours des situations d'introduction qui motivent suffisamment l'introduction des contenus abordés en lien avec les anciens. Elle a accordé une place importante à l'institutionnalisation dès le début de l'année, mais nous constatons au cours de l'année que l'écrit de synthèse est davantage relié aux activités d'introduction en cours d'année.

En ce qui concerne les tâches proposées aux élèves, Mirène s'est beaucoup appuyée sur les manuels ainsi que sur les ressources en ligne. Elle a utilisé assez régulièrement les énoncés sans les modifier. Elle a proposé des tâches nombreuses mais la plupart des énoncés choisis mettent peu en jeu des niveaux d'adaptations variés des connaissances en jeu.

- *Gestion didactique*

Nous présentons la gestion du déroulement d'une séance à partir de celle d'Octobre qui illustre bien les pratiques de Mirène en début d'année : après avoir géré une entrée très bruyante[38], Mirène a repris la correction de l'activité commencée à la séance précédente[39]. Elle a proposé une correction orale avec rédaction à faire à la maison, pour gagner le temps perdu à la séance précédente. L'activité proposait de calculer le rapport d'aire de deux triangles placés dans une configuration de Thalès dans un rapport de longueur de 2/3. Après la correction, Mirène a directement généralisé par la formule Aire(AMN) = k^2 Aire (ABC). Cette généralisation trop rapide a entraîné des confusions chez les élèves, confusion entre k nombre et K désignation d'un point, confusion entre $k.AB$ et $k \times A \times B$, qu'elle a gérées maladroitement, ne s'attendant pas à ces questions, « k désigne un réel et K un point » ou « c'est comme x dans $2x+3 = 0$, x désigne n'importe quoi ». Mirène a fait le lien avec l'activité après 20 minutes. Mirène a essayé de répondre à chaque élève, beaucoup semblant perdus, et le calme s'est installé. Après avoir réalisé la correction, elle a fait noter dans le cahier de cours la propriété relative à l'activité, sans exemple, et a proposé les exercices pour la séance suivante. Ensuite

[38] Mirène a mis en place des punitions, en particulier des exercices supplémentaires donnés aux élèves « se faisant remarquer »,

[39] La séance a eu lieu la même journée.

elle a introduit le titre du paragraphe II du chapitre en cours : Réciproque du théorème de Thalès. Ce fut à partir de la question « C'est quoi une réciproque ? », qu'elle a introduit la situation d'apprentissage vite interrompue suite à la réponse d'un élève : « C'est le théorème inverse ». Elle a distribué alors l'activité présentée plus haut et, sans organiser de processus de dévolution de la situation, elle a organisé la conjecture du parallélisme des deux droites à partir du tracé de plusieurs positions du point M sur la droite (AB) en guidant le travail des élèves. Elle a ensuite abordé la question des conditions d'application à partir de la question b).

L'étude des deux autres séances à partir de l'analyse des vidéos fait apparaître des pratiques analogues et des évolutions certaines. Mirène a mis en place des scénarios proches faisant la plupart du temps apparaître les phases suivantes : rappel, correction des exercices, recherche individuelle très courte et essentiellement collective et synthèse. Nous résumons les points significatifs.

En début d'une phase de recherche, Mirène fait lire l'énoncé par un élève mais n'attribue pas ou peu de temps aux élèves pour s'approprier l'énoncé. S'il y a des questions, Mirène y répond. Le processus de dévolution avec les objets mathématiques semble toujours peu développé même si elle cherche davantage à impliquer les élèves.

Lorsque les élèves ne réussissent pas à démarrer, Mirène les guide à partir de questions et d'aides jusqu'à proposer elle-même la résolution ou la justification attendue, le plus souvent à l'oral, les élèves ne comprenant pas toujours d'ailleurs les raisons des arguments avancés. Ce fut le cas dans l'étude des parallélogrammes aplatis. L'exemple suivant illustre la démarche de guidage utilisée par Mirène lors de la recherche collective du problème d'application sur les lignes trigonométriques.

Les élèves ont eu à chercher le problème suivant :

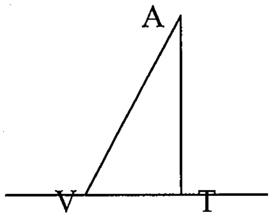
	Pour prendre des photos aériennes de sites enfouis, un archéologue se place à 200m d'altitude à la verticale d'un point nommé T. Il voit alors [VT] sous un angle de 25°. a. Expliquer pourquoi : VT = 200 tan25°. b. Avec la touche tan de la calculatrice, donner l'arrondi au dixième de la distance VT.

Figure 17 : Exercice d'application sur les lignes trigonométriques proposé par Mirène

Le tableau ci-dessous résume la recherche collective organisée par le professeur et présentée en annexe 3 :

Nature travail :type, forme, durée	Interventions du professeur	Activités proposées aux élèves
Lecture énoncé 20''		Lecture de l'énoncé par un élève
Mise de la calculatrice sous le mode Degré 2'30	Mirène circule dans classe et répond aux questions des élèves	Mise de la calculatrice sous le mode Degré – Agitation
Recherche collective 5'	M demande à la classe le type de triangle M fait le lien avec les notions étudiées M fait énumérer les données par une élève M demande à Lucie de rappeler le but de l'exercice M fait rechercher la ligne trigonométrique à utiliser en lien avec les données M demande à un élève de rappeler la définition de tan M lui fait appliquer la définition aux données M fait exprimer la longueur cherchée grâce	Nombreux élèves agités Quelques élèves répondent aux questions fermées de Mirène Une question de Lucie qui ne savait au bout de 4' le but de l'énoncé « Lucie : pourquoi ? M : Oui, mais le but de l'exercice, c'est quoi ? E : de calculer M : ? je t'écoute. E : l'arrondi au dixième de la

	au produit en croix par un élève	distance VT »

Tableau 22 : Déroulement chronologique de la recherche collective organisée par Mirène

Une telle gestion du processus de régulation de l'activité de recherche des élèves est à mettre en relation avec l'organisation d'un milieu assez pauvre. Mirène commence à laisser chercher les élèves, mais très vite elle organise une recherche collective. Le professeur assure essentiellement l'avancée du temps didactique et des connaissances mathématiques.

Elle s'est davantage appuyée sur les activités d'introduction pour institutionnaliser les connaissances même si l'introduction du symbolisme est restée rapide.

Comme Corinne, le tableau (ou le rétroprojecteur) est devenu davantage un lieu de travail collectif. Cette évolution peut être sans doute mise en relation avec la prise de conscience de la nécessité d'un milieu plus riche et organisé, non structuré autour de l'oral seul, pour favoriser l'activité des élèves. Même si Mirène a fait évoluer l'organisation des milieux matériels des situations, ils sont restés peu riches et elle ne fait toujours pas intervenir suffisamment de changement de registres liés aux objets mathématiques travaillés.

Elle attribue beaucoup de temps à gérer les interactions entre la classe et le professeur, voire dans le cadre de relations duelles. Mirène renvoie davantage de réponses d'élèves mais leur validation reste majoritairement à sa charge. Mais nous avons constaté une évolution importante pendant la correction des exercices cherchés à la maison : des élèves viennent rédiger au tableau leurs solutions (de un à quatre élèves simultanément pour gagner du temps) : les élèves de la classe ont la responsabilité de les valider sous le contrôle du professeur. C'est une entrée pour faire évoluer le contrat didactique.

- *Régulation didactique*

Mirène a mobilisé les outils développés en formation pour à la fois présenter ses séquences d'enseignement et situations d'apprentissage. Elle les a utilisés aussi pour analyser les décalages entre les prévisions et le déroulement réel pendant les entretiens (avant et après la séance). Le travail sur l'organisation praxéologique est visible et lié à la rédaction du cahier de texte. Les analyses *a priori* ont un peu évolué et ont porté sur la phase de recherche des exercices : elle a indiqué des difficultés ou stratégies envisageables des élèves et quelques actions possibles du professeur en fonction de leurs réponses. En revanche, aucune réflexion n'apparaît par écrit sur les potentialités des problèmes en lien avec les objectifs d'apprentissage visés. Les préparations montrent davantage un travail lié au contrat de formation. Pendant les entretiens, elle a analysé avec plus de pertinence les difficultés rencontrées et a proposé des alternatives pertinentes par rapport aux marges de manœuvre possible. Mais la réflexivité reste encore assez faible.

- *Négociation de la coutume didactique*

Mirène a mis en place des règles de vie très précises dans la classe, gérées régulièrement, quitte à y passer beaucoup de temps : entrée en silence et attente du silence pendant un temps assez long, vérification des absences, du travail des élèves, interrogation orale pour faire un rappel des notions travaillées la fois précédente. Le niveau de bruit doit rester assez bas. Elle a distribué un document résumant les règles de vie qu'elle a fait signer aux élèves et aux parents. Ce document intitulé « Pour réussir en mathématiques » est structuré en deux parties : En cours/A la maison. Pour le travail en classe, elle a mis en place des règles qui codifient la communication entre le professeur et les élèves « pour que le cours se déroule correctement » et le métier d'élève « pour une meilleure compréhension du cours ».

Elle a assumé son autorité dans une classe où elle a rencontré des difficultés : aussi elle conserve souvent un ton assez sec pour autoriser les élèves à intervenir, après avoir levé le doigt. Elle n'hésite pas à régler des conflits de façon frontale : exclusion d'élèves, colle, punition (une échelle de punitions a été donnée aux élèves, qui associe exercices supplémentaires et avertissement). La question de la mémorisation des leçons et du travail personnel joue un rôle très important et elle passe du temps en classe pour le vérifier. Une fois que les conditions de travail semblent installées pour le professeur, une certaine complicité peut s'installer entre elle et les élèves et elle les incite à poser beaucoup de questions et elle y répond pour leur permettre de comprendre les mathématiques.

Nous pouvons mettre en relation les règles de fonctionnement social des situations organisées en classe et des éléments de sa composante personnelle obtenus à partir du questionnaire auquel Mirène a répondu en début d'année.

« *Comment apprend-on les mathématiques ? On fait les exos avec rigueur et le cours sous les yeux. On relit la leçon puis on refait les exos sans la leçon jusqu'à ce qu'on sache les faire sans problème.*

Comment caractérisez vous un « bon élève » ? C'est un élève régulier dans son travail et qui a une bonne participation en cours.

A quoi reconnaît-on un bon professeur de mathématiques ? Celui qui va s'attarder quand un élève ne comprend pas, celui pour qui le but est de faire apprécier les mathématiques à un élève a priori réticent.

Pourquoi réussit-on en mathématiques ? Il faut un professeur qui nous fasse aimer les maths et il faut une bonne méthode de travail ». Dans le questionnaire de fin de formation, elle insiste en affirmant « *je pense que cela dépend des professeurs* », les réponses aux autres questions étant proches de celles de début d'année.

Ces conceptions sur l'apprentissage, le métier d'élève éclairent certains choix de Mirène, en particulier l'importance donnée au travail personnel des élèves, au rôle du professeur qui est « responsable » de la réussite de ses élèves.

D'autres choix sont davantage à mettre en relation avec la gestion des difficultés de discipline rencontrées dans son établissement. Elle travaille dans un collège de ville rurale où le statut de stagiaire est mal perçu par les parents d'élèves. Aussi a-t-elle besoin d'être reconnue. Pour ceci, elle a repris les règles de fonctionnement en vigueur dans l'établissement, les applique avec rigueur et s'est vite intégrée à l'équipe en s'investissant dans de nombreuses tâches. L'étude met bien en évidence à travers sa négociation de la coutume didactique des tensions entre ses conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement, du métier d'élève et d'enseignant, son histoire personnelle et les contraintes du métier d'enseignant dans un établissement donné.

Nous pouvons résumer le développement professionnel de Mirène sur les différents axes (à partir des séances étudiées) ainsi :

Mirène	Avant formation	Fin Mars 2006
Organisation praxéologique		
Didactique	Mode 2	Mode 3-
Mathématique	Mode 2	Mode 3
Tâche	Mode 1	Mode 2
Gestion didactique	Mode 2	Mode 3-
Régulation didactique	Mode 1	Mode 2+

Tableau 23 : Développement des pratiques de Mirène *c) Joël : un appui sur la formation pour installer ses pratiques et les faire évoluer*

Nous présentons maintenant des caractéristiques qui nous semblent aussi significatives du développement professionnel de Joël.

- *L'organisation praxéologique*

Nous nous appuyons sur trois séances observées au cours de l'année 2005-2006 dans sa classe de 4^e :

Séance	Thème abordé	Objectifs
Octobre	*Théorème des milieux*	Motiver l'introduction du théorème des milieux
Février	*Résolution de problèmes additifs et soustractifs sur les fractions*	Mobiliser les règles d'addition et de soustraction des fractions dans la résolution de problèmes complexes
Mars	*Les puissances d'exposant entier relatif*	Motiver l'introduction des puissances d'exposant négatif

Deux des trois séances observées en 4^e portent sur l'introduction d'un nouveau thème, le théorème des milieux et les puissances d'exposant entier relatif, et Joël a conçu les deux situations d'introduction. Il a souvent maintenu ce choix au cours de l'année. La troisième séance observée concerne un moment de réinvestissement sur la résolution de problèmes additifs et soustractifs sur les fractions. Sur les deux thèmes abordés, théorème des milieux et puissances d'exposant entier relatif, Joël a choisi des tâches pertinentes pour faire établir les conjectures visées par les élèves et les faire prouver. Le tableau ci-dessous montre les tâches à résoudre[40]. En ce qui concerne le théorème des milieux, la technique pour établir la conjecture s'appuie d'abord sur le tracé de la droite joignant les milieux de deux des côtés d'un triangle donné.

Octobre : Théorème des milieux	Mars : Puissance d'exposant relatifs
Activité 1 : Droite des milieux A. une conjecture Construire un triangle ABC. Placer les points I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. Tracer la droite (IJ). Que remarque - t'on pour les droites (IJ) et (BC) ? B. une preuve **<u>Compléter la figure et répondre aux questions</u>** Soit K le symétrique de J par rapport à I. Quels sont les milieux de [KJ] et [AB] ? Que peut-on en déduire du quadrilatère AJBK ? Quelles relations sur les côtés de ce quadrilatère AJBK a – t'on ? Comme J est le milieu de [AC], quelles relations a-t'on ? Quelle est la nature du quadrilatère JKBC ? En déduire la position de (BC) et (IJ) et exprimer IJ en fonction de BC ? C. Bilan Que peut-on dire de la droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle ? Que peut-on dire de la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle ?	**Activité 1 (pour la définition) :** **<u>Exercice 1</u> :** On va prendre une feuille de papier, on va la plier en deux plusieurs fois à la suite et on va calculer le nombre de rectangles formés puis on vérifiera sur la feuille 1) Combien de rectangles sont formés après 2 pliages ? 2) Combien de rectangles sont formés après 3 pliages ? 3) Combien de rectangles sont formés après 6 pliages ? **Activité 3 : Puissance d'exposant négatif** **a) <u>Ecrire sous la forme d'une puissance les fractions suivantes</u>** $\frac{5^7}{5^3} =$; $\frac{5^4}{5^4} =$; $\frac{5^4}{5^6} =$ **<u>Définition</u> :** Si $a \neq 0$, on définit $a^{-n} =$ .... Autrement dit on définit a^{-n} comme .... **b) <u>Calculer les puissances suivantes :</u>** 2^{-2} ; 10^{-4} ; $(-5)^{-1}$

Figure 18 : Activités proposées par Joël

[40] Les lignes présentées aux élèves pour écrire sur la feuille ont été supprimées pour la présentation dans la synthèse.

Le type de tâches choisi permet dans des conditions bien choisies de faire émerger les éléments technologico-théoriques envisagés[41] L'enjeu est de faire généraliser la conjecture du parallélisme de la droite des milieux et d'engager une justification[42]. Joël a choisi de proposer un questionnement très découpé pour organiser la justification, car ici l'enjeu n'est pas la recherche des étapes de la démonstration. Cette situation a permis de faire émerger le discours technologico-théorique visé. Il a proposé des énoncés plus ouverts en cours d'année. En ce qui concerne les puissances d'exposant entier relatif, Joël s'est appuyé sur les calculs proposés pour faire conjecturer l'extension de la propriété sur les exposants entiers puis a prévu d'admettre la définition.

Dans les deux cas, en étudiant les séquences dans lesquelles s'inscrivent les séances, les organisations mathématiques autour du savoir enseigné, théorème des milieux et puissances d'exposant entier relatif, paraissent complètes et montrent un équilibre entre la praxis et le logos. Joël semble vouloir attribuer à la justification une place très importante pour permettre aux élèves d'avoir accès au discours technologique visé.

Joël a accordé un temps équilibré aux différents moments de l'étude : il a cherché à davantage motiver l'introduction d'une nouvelle technique, a accordé un temps approprié aux moments d'application, de réinvestissement qui sont bien prévus. Joël a aussi articulé davantage l'écrit de synthèse avec les situations d'introduction en cours d'année. L'activité 1 sur le thème des puissances d'exposant entier met en évidence que Joël a cherché à engager les élèves à comprendre les raisons d'être de nouvelles connaissances, ce qu'il ne faisait pas au début de l'année.

En ce qui concerne les tâches proposées aux élèves, Joël a proposé des fiches d'exercices en veillant à varier les types d'adaptation des connaissances en jeu. Cette pratique s'est accentuée en cours d'année. Joël très rapidement en début de formation s'est approprié les outils proposés, en particulier l'analyse *a priori* pour étudier les potentialités des exercices par rapport aux objectifs visés, choisir des variables de commande, modifier des énoncés. Selon lui, il s'est approprié les outils d'analyse *a priori* fournis en formation pour concevoir ses séquences car, comme candidat libre au CAPES il était complètement démuni et les outils proposés lui semblaient opératoires. De plus, les énoncés choisis prennent en compte le niveau de sa classe (classe d'un bon niveau) mais aussi l'hétérogénéité des élèves avec des niveaux variés d'adaptation des connaissances.

La gestion didactique des séances

La structure des séances de Joël correspondant à l'introduction d'une nouvelle connaissance est proche de celle des autres professeurs : rituel d'entrée en classe, phase de correction des exercices s'il y a lieu, phase de présentation et de recherche individuelle, mise en commun ou recherche collective, synthèse, et si possible un temps d'application qu'il veut systématique. Les phases de recherche individuelle ont souvent été réduites en temps en début d'année : Joël a pris davantage d'assurance en cours d'année pour laisser davantage les élèves chercher individuellement.

En début d'année, Joël a mis en place un milieu matériel, en particulier les énoncés de problèmes, qui conduit les élèves à une activité très guidée. Il a réussi à enrichir le milieu (dans le cas du travail sur les puissances d'entiers d'exposants relatifs) par la suite mais la constitution d'un milieu adapté pour réguler l'activité des élèves est restée toujours difficile

---

[41] Ici, ce sera le cas pour Joël qui s'appuiera sur les conjectures des élèves formulées à partir des figures tracées sur leur cahier et de trois figures tracées au tableau, dont les tracés de taille distinctes apparaîtront dans des positions différentes.

[42] Il avait prévu une situation avec le logiciel GeoplanW qu'il n'a pu mettre en place en ce début d'année scolaire, la salle n'étant pas disponible.

pour lui. En Octobre, Joël faisait peu mutualiser les réponses des élèves, les guidait beaucoup et ne prenait pas vraiment de temps pour structurer le savoir à partir des réponses des élèves ou de leurs questions. On retrouve en ce qui concerne la gestion des interactions, de la mutualisation des réponses, de leur validation, les mêmes évolutions que pour Corinne et Mirène, en lien avec la gestion du contrat didactique. Joël a tendance à toujours beaucoup évaluer les réponses des élèves et à parler toujours beaucoup, même s'il veut davantage leur laisser d'initiative pour chercher et valider eux-mêmes les réponses. Joël a pris conscience peu à peu des différents rôles du tableau (ou du rétroprojecteur) et le tableau devient davantage un lieu de travail à côté du lieu de savoir.

Joël porte une grande attention au travail des élèves. En cours d'année, il a davantage reconnu les difficultés rencontrées par les élèves (erreurs de technique, de raisonnement) et est intervenu de façon plus adaptée. La question de l'adéquation de l'activité des élèves, en fonction des objectifs d'apprentissage visés et de sa propre activité, a pris une place de plus en plus importante. Il a mieux géré le temps didactique et il a pris conscience qu'il y avait moins de décalage entre ses prévisions et la réalité du déroulement.

- L*a régulation didactique*

Joël s'est très rapidement approprié les outils proposés et les a adoptés à la fois dans sa classe pour réaliser son cahier de classe et pour l'aider à penser la conception des séquences et des séances. Le travail d'analyse est visible, tant dans ses préparations qui ne répondent pas qu'au contrat de formation, que dans les analyses qu'il mène en formation lors des séances de *« Regards sur »,* ou lors des entretiens des visites. Il est capable d'expliciter les décisions prises en préparation sur le choix des énoncés et du déroulement comme celles prises en classe. Il analyse finement les incidents qui ont eu lieu et propose des alternatives. Il aime jouer à chercher des nouveaux énoncés, à étudier leurs potentialités par rapport aux objectifs visés. Il le fait en lien avec le travail engagé sur l'évaluation et la différenciation dans le cadre de son mémoire professionnel. Les analyses *a priori* et *a posteriori* se sont enrichies au cours de l'année en prenant appui sur les connaissances didactiques introduites en formation et par les questions d'ordre épistémologique mais aussi en prenant davantage en compte les spécificités des élèves de sa classe et du type d'établissement dans lequel il enseigne. Il fait souvent interagir plusieurs niveaux de projets dans sa réflexion. La flexibilité de son activité de régulation a augmenté au fur et à mesure de l'année.

- *La négociation de la coutume didactique*

Joël n'avait aucune expérience d'enseignement mais avait encadré des adolescents dans le cadre d'activités sportives. Dès le début de l'année, il a mis en place des règles de vie très précises dans sa classe pour organiser l'enseignement des mathématiques. Il a pris très rapidement une posture d'enseignant tout en restant parfois très proche des élèves et en privilégiant trop de relations duelles au début, d'où quelques problèmes de discipline. En fin du premier trimestre, Joël a réussi à trouver un juste milieu, en articulant rigueur dans la gestion des règles d'organisation (gestion des absences, des retards, ...) et gestion de la communication en classe tout en privilégiant l'activité mathématique.

Il a mis en place un discours très respectueux pour les élèves, qui a été vite réciproque. Il n'accepte en aucun cas des remarques négatives d'un élève sur un autre élève, en particulier en ce qui concerne les résultats scolaires. Nous pouvons penser qu'il cherche à amener les élèves à se construire un rapport positif et constructif à l'école. L'école est considérée comme un moyen de construction d'un individu social et d'un individu qui raisonne pour réussir scolairement et professionnellement. Il valorise beaucoup les élèves et n'hésite pas à leur dire qu'ils peuvent réussir à condition de mettre en place des conditions de travail personnel en classe et chez eux pour réussir. Il organise des conditions pour que les élèves puissent entrer dans une activité mathématique et raisonner à partir d'énoncés d'exercices potentiellement adaptés aux objectifs visés, et variés par les niveaux d'adaptation des connaissances en jeu.

Les choix réalisés dans sa négociation de la coutume didactique sont bien éclairés par ses réponses aux questions du questionnaire de début d'année :
« A quoi reconnaît-on un bon professeur » : « passionné, compétent. Il doit être ferme un certain moment mais sa priorité ne doit pas être la discipline. Il doit être impliqué dans la vie de ses élèves et ne doit pas hésiter à répondre aux questions après le cours ». Sa conception des mathématiques et de l'apprentissage est différente de celle de Mirène : « Au départ du par cœur pour les bases et ensuite avec de l'intuition en faisant des exercices pratiques ». Un « bon élève » en mathématiques « n'est pas nécessairement un élève qui a les meilleures notes mais un élève qui a de l'instinct et qui ne rabâche pas exactement les exercices faits dix fois par jour. Il ne doit pas être surpris ou déstabilisé si on change un peu un exercice ». Le fait de travailler dans un établissement avec un travail d'équipe, une reconnaissance assez rapide de son investissement a favorisé certainement sa négociation de la coutume didactique.

Nous pouvons résumer le développement professionnel de Joël, à partir des séances étudiées, ainsi :

Joël	Avant formation	Fin Mars 2006
Organisation praxéologique		
Didactique	Mode 2	Mode 3
Mathématique	Mode 2	Mode 3
Tâche	Mode 2	Mode 3
Gestion didactique	Mode 2	Mode 3
Dynamique dans la régulation	Mode 2	Mode 3

Tableau 24 : Développement des pratiques de Joël

2. Un développement professionnel mis en perspective de la formation

Au-delà de leur diversité, le développement des pratiques de ces trois enseignants laisse apparaître des régularités, à la fois des difficultés déjà repérées (Cf. B.2) dans d'autres recherches mais aussi des évolutions sensibles, variables selon les enseignants. Les pratiques apparaissent déjà assez stables en fin d'année de formation.

Tout en restant prudente, au vu des régularités repérées, la coordination des différents types de situation de formation semble avoir favorisé certains aspects de pratiques et initié certaines évolutions.

a) Des outils didactiques, appuis de la conception et de l'analyse

Le développement des pratiques sur la dimension *organisation praxéologique*, tant mathématique, didactique que du choix des tâches, peut d'abord être mis en relation avec les savoirs et outils développés en formation dans la situation d'apports et de questionnement : éléments de mathématiques, éléments de programmation pour des projets au niveau global et local, problèmes pour motiver l'introduction de notions ou pour travailler des savoirs, des savoir-faire mathématiques ; outils d'analyse *a priori* et *a posteriori* pour choisir et analyser une activité d'introduction adaptée aux apprentissages visés, modifier un énoncé, en associant préparation et déroulement et des analyses à différents niveaux de projet. Les professeurs les ont mobilisés, en partie pour répondre aux demandes institutionnelles, mais ces outils utilisés aussi dans la pratique quotidienne, leur ont permis certainement d'installer un questionnement pour concevoir globalement une séquence, puis des séances dans leur établissement. Les professeurs, dans des proportions différentes, ont pu ainsi enrichir l'analyse *a priori* lors des préparations, voir des phénomènes qu'ils ne pouvaient pas voir préalablement, affiner leurs interprétations à différents niveaux des projets et différentes échelles d'activités. Ils ont ainsi pu effectuer les tâches professorales dans une démarche d'anticipation plus aiguisée : travailler la complétude des organisations mathématiques davantage en lien avec une analyse épistémologique, choisir des situations d'apprentissage à partir de leurs potentialités, choisir des énoncés pour permettre l'adaptation des connaissances des élèves à un niveau voulu.

Les démarches se sont installées rapidement dans les premiers mois. L'évolution est aussi certainement à attribuer à l'expérience acquise dans leur classe ou au travail réalisé avec leur conseiller pédagogique dans une certaine cohérence avec la formation.

Quand on questionne les PLC2 sur les modules qui ont été les plus utiles en formation, ils parlent des situations d'apports et de questionnement :

« La formation a permis de nous poser de bonnes questions pour nous amener à une analyse plus fine de notre cours et de notre façon d'enseigner. »

« L'accent mis sur les analyses a priori me semble important, il est en effet nécessaire de se mettre « à la place » des élèves de façon à cerner les difficultés et à concevoir notre séquence le mieux possible. »

« La formation IUFM m'a permis d'améliorer le contenu de mes séquences avec des activités plus réfléchies que ceux des manuels. Prévoir le déroulement m'a permis de mieux organiser mes séances et il n'y a généralement plus beaucoup d'écart de temps entre ce que je prévois et ce qui se passe. J'ai appris également à analyser les erreurs des élèves et comment y remédier. »

Mais ils indiquent aussi dès la fin du premier trimestre :

« Les « Regards sur » permettent une analyse de ses pratiques professionnelles qui m'a beaucoup apporté pour me remettre en question et trouver des solutions aux questions que je me posais. Cela m'a aussi permis de voir les pratiques des autres stagiaires en formation.
La construction d'une séquence et la préparation des séances sont nécessaires en début d'année car cela n'était pas clair au départ ».

A la question « Quels sont les moments des journées de formation « du mardi » que vous trouvez les plus intéressants/utiles/instructifs ? Pourquoi ? » Ils répondent majoritairement :

« Groupes de parole, regards sur avec *l'analyse a priori, comparaison d'activités.*
Ces moments sont concrets, ils nous permettent réellement de trouver des solutions à nos problèmes pédagogiques ou didactiques »

Certains précisent :

« Cela permet de confronter nos expériences, et d'apprendre à être plus efficace lorsque l'on prépare une séance en se posant les bonnes questions »

« L'étude de cas pratiques en général, quand elle est bien préparée : vidéos, étude d'une activité particulière, création d'activité ou d'exercice sur un thème précis... »

Ce sont autant d'indices pour relier des éléments du développement professionnel avec le travail en formation sur les pratiques effectives et la coordination entre les différentes situations de formation.

b) Une dynamique enclenchée entre situations de classe, prise de conscience et apport de connaissances

En effet, au cours du stage, les PLC2 ont géré mieux le temps didactique : il y a moins de décalage entre le prévu et le réalisé. Les enseignants ont fait un peu évoluer le contrat didactique en laissant davantage de responsabilité aux élèves, surtout dans la correction des exercices. Ils ont mieux organisé les interactions dans la classe en anticipant des possibles, ont pu prendre des décisions plus adaptées pour gérer des incidents, pu davantage prendre en compte des erreurs, même si cela reste encore maladroit. Les professeurs ont dans une certaine mesure, de façon différente, rendu fonctionnels des outils travaillés en formation pour augmenter leur flexibilité dans l'activité de régulation didactique : dans ce but ils ont coordonné davantage différents niveaux de projets, dans différents contextes d'enseignement, en dehors de la classe, en situation de classe et même lors des bilans, ce que laissent voir à la fois les préparations, les vidéos et les entretiens. Cette évolution peut aussi être mise en relation avec les deux types de situations de formation.

Nous pouvons mettre en relation l'évolution des pratiques sur les dimensions *gestion didactique, régulation didactique, négociation de la coutume didactique* avec la coordination des différents types de situation articulant travail réel et travail souhaité. Le module « Regards sur » a été le lieu permettant de mobiliser les outils développés en formation pour étudier le travail réel des jeunes professeurs stagiaires en lien avec le choix des problèmes et des déroulements, à la lumière du travail souhaité. Il a été ainsi possible de décrire des pratiques effectives relatives aux composantes cognitive, médiative et personnelle et de les analyser. Les activités à analyser choisies par les enseignants débutants furent majoritairement : la gestion les interactions professeur – élèves, les interventions du professeur et leurs effets sur l'activité des élèves, les échanges. Nous pouvons raisonnablement mettre ceci en relation avec l'évolution des pratiques de Corinne, Mirène et Joël en ce qui concerne la diminution des relations duelles entre le professeur et les élèves, l'évolution de la structure des échanges qui permet d'attribuer aux élèves davantage de responsabilité. Les professeurs ont ainsi pu étudier l'impact d'un guidage lié au questionnement fermé sur l'activité des élèves. En ce qui concerne Corinne, l'augmentation des types d'aide méthodologique et des tâches proposées aux élèves qui s'appuient davantage sur un enrichissement de la nature des adaptations peut avoir été initiée par l'analyse réflexive.

Les dispositifs d'analyse réflexive ont semble-t-il permis des prises de conscience à partir de l'analyse d'incidents didactiques ou de décalages entre prévisions et déroulement effectif. Ils ont aussi permis de puiser dans les ressources, les connaissances professionnelles et les outils à mobiliser face à tel type de difficultés en contextualisant leur usage. Les enseignants débutants ont pu apprendre à choisir des décisions plus adaptées aux contextes donnés en fonction des possibles et des marges de manœuvre.

Mais, là encore, il ne faut pas oublier d'autres causes possibles de l'évolution des pratiques, la part de l'expérience des professeurs débutants et du travail avec le conseiller pédagogique et d'autres collègues, réalisé en coordination avec la formation.

3. Une stabilisation des pratiques dans les deux premières années d'exercice

Mais comment ont évolué les pratiques des enseignants sur les deux premières années d'exercice ? Se sont-elles stabilisées davantage ? Comment le développement professionnel de chacun des professeurs s'est-il poursuivi en relation avec la logique d'action déjà en place et d'autres déterminants institutionnel, personnel et social ?

Nous avons analysé des données recueillies pour les séances réalisées par Mirène et Joël. Nous ne présentons que des résultats partiels. Au vu de ces premiers résultats, les pratiques se sont stabilisées en suivant les cohérences des logique d'action déjà perçues. Elles se sont enrichies localement sur des aspects auxquels les enseignants semblaient avoir été particulièrement sensibles en formation. Nous prenons deux exemples représentatifs de cette stabilisation.

a) Joël : des organisations mathématiques et didactiques plus économiques et équilibrées en temps

En 2006-2007, Joël a été nommé dans un collège ZEP de la région parisienne, ambition réussite, où il s'est très vite intégré. L'équipe de professeurs avait conçu une progression dans laquelle Joël s'est rapidement inscrit. Il a dû aussi prendre en compte les règles de fonctionnement sociales internes à l'établissement qui étaient très différentes de celles du collège rural dans lequel il enseignait pendant son stage en responsabilité. Il a coordonné les principes qu'il avait mis en place pendant l'année de formation et la coutume didactique en cours dans son nouveau collège : respecter les élèves, les valoriser tout en étant ferme et rigoureux dans l'application des règles de vie, de communication, et développer l'activité mathématique en s'appuyant sur leurs connaissances. Il a développé sa logique d'action développée la première année. L'année suivante 2007-2008, il est resté dans le même établissement.

En analysant l'ensemble des documents mis à disposition par Joël sur les deux années, avant l'analyse, nous avons vite pris conscience de la grande stabilité à l'œuvre dans l'organisation des séquences. Au vu du cahier de texte et des documents, Joël a modifié localement les séquences réalisées en 2006-2007 ou 2005-2006. Joël nous a indiqué que l'année à venir (2008-2009), il allait modifier une séquence de la classe de cinquième qui ne le satisfaisait pas du tout : l'introduction du calcul littéral. En effet, la progression qu'il a conçue n'est pas adaptée au nouveau programme. De plus, il lui faudra travailler le nouveau programme de troisième. Nous présentons un exemple représentatif d'évolution locale à partir de la séquence « symétrie axiale » en sixième[43].

- *Présentation de la séquence*

En comparant les cahiers de texte numériques présentés en annexe 2, nous remarquons des modifications temporelles d'organisation. La séquence de 2007-2008 comporte trois ou quatre séances (selon les classes) d'une heure, en moins. Joël a supprimé une séance d'exercices mathenpoche (3e heure). Il a institutionnalisé la méthode de construction d'un point par rapport à une droite, déjà présente dans le cours, mais non institutionnalisée l'année précédente. Il a introduit les propriétés de conservation de la symétrie axiale (parallélisme et orthogonalité comprises) à partir d'une situation s'appuyant sur l'usage de géoplanW et il a supprimé la séance consacrée à leur introduction *via* quatre activités d'introduction 5-1 à 5-3

Activité 5-1 : Tracer les symétriques A', B', C', D' des points A, B, C, D par rapport à la droite (d) avec A, B, C alignés et D n'appartenant pas à la droite (AB). Construire la droite symétrique de la droite à la droite (AB) par rapport (d). Quelle est la position des points C et D par rapport à la droite (AB) ? Quelle est la position des points C' et D' par rapport à la droite (A'B') ? Que peut-on conclure ? Activité 5-2 : Soient deux droites (d1) et (d2) parallèles. Construire les droites (d1') et (d2') les symétriques de (d1) et (d2) par rapport à la droite (d). Que peut-on dire sur les droites (d1') et (d2') ? Que conclure ?
Activité 5-3 : Activité analogue à partir d'un rectangle.

Figure 19 : Activités d'introduction 5-1 à 5-3

Joël a supprimé un des deux devoirs maison proposés en 2007 mais a proposé le même devoir d'évaluation. L'influence du programme en ce qui concerne la gestion du temps a

[43] Joël a réalisé cette séquence du 28/11/2006 au 9/01/07 (13h) en 2006-2007 et du 27/11/2007 au 14/12/07 DS compris en 2007-2008. Dans l'autre 6e6 du 27/11/2007 au 18/12/07 DS compris

certainement joué un rôle important dans ce choix. Quelles modifications a-t-il apportées dans l'organisation praxéologique ?

- *Du temps gagné sur la gestion des différents moments*

En observant le tableau en annexe 2, correspondant aux extraits des cahiers de texte 2006-2007, 2007-2008 sur la symétrie axiale, il apparaît que Joël a géré les moments de l'étude d'une façon plus équilibrée. En 2006-2007, Joël enseignait cette séquence pour la première fois. Il avait peu de repères et la gestion des situations de découverte ou d'exploration d'un nouveau savoir ou savoir-faire a souvent dépassé le temps alloué ne permettant pas la gestion de l'institutionnalisation reportée à la séance suivante (29/11 et 13/12). En 2007-2008, Joël a réussi à mieux gérer le temps didactique. Il s'est appuyé sur l'expérience acquise et sur la connaissance des techniques et des difficultés rencontrées par les élèves et par lui-même.

- *Une modification locale de structure de l'organisation mathématique.*

En 2006-2007, l'ensemble du thème reposait sur 12 séances. Joël a organisé la première rencontre avec la technique « tracé de la médiatrice » à partir de l'activité 1[44]. Joël a fait réaliser le type de tâche T « Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite sur papier blanc » par une technique guidée par l'énoncé, technique nouvelle s'appuyant sur la technique ancienne du pliage travaillée dans des tâches vues en cycle 3. Il a introduit alors la nouvelle technique pour résoudre T avec le discours technologico-théorique et le codage associés définissant le symétrique d'un point par rapport à une droite : « On dit que A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) lorsque la droite (d) est perpendiculaire à la droite (AA') et passe par le milieu du segment [AA'] ». Joël n'a pas introduit la médiatrice comme nouvel objet au sein de l'organisation mathématique sur le thème de la symétrie axiale.

Joël a proposé ensuite des activités 5-1 à 5-3 pour introduire les différents types de tâches (T5 à T8): construire l'image d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'une figure. La technique visée est une technique de construction s'appuyant *sur la définition du symétrique d'un point et la méthode de construction définie plus haut.* Mais il a supposé de façon implicite les propriétés de conservation de l'alignement et des longueurs, et a validé les constructions *via* la superposition des figures par pliage. A partir des tâches T9 : « Construire l'image de figures particulières », il a fait conjecturer les propriétés de conservation de l'alignement, du parallélisme, de la perpendicularité et des longueurs et introduit le discours technologico-théorique sur les propriétés de conservation de la symétrie axiale. Ces tâches n'ont pas du tout permis de motiver ces propriétés, celles-ci ayant été implicitement utilisées depuis le début de la séquence (construction sur quadrillage). D'où l'évolution l'année suivante.

En fait, son projet global repose sur un passage du ponctuel à la figure, même s'il donne la définition de deux figures symétriques en début de séance. Il ne s'appuie pas dessus pour dégager les propriétés de conservation et construire une organisation mathématique plus cohérente. Il a la volonté d'être le plus exhaustif possible dans les tâches proposées pour faire

---

[44] a. Sur une feuille blanche, trace une droite (d) et place un point A n'appartenant pas à la droite (d)
b. Plie la feuille selon la droite (d). Repère d'une croix l'emplacement du point A de l'autre côté de la feuille. Nomme A' ce point.
c. Trace la droite (AA'). Tu nommeras I le point D'intersection des droites (AA') et (d).
d. Complète les phrases suivantes :

La droite (AA') et la droite (d) sont ……………………………
Le point I est le ………………… du segment [AA'].
Le point A' est le ……………… du point A.

rencontrer le maximum de figures et construire leurs images par symétrie axiale Le temps passé sur la construction d'images de figures est important : il propose un seul exercice pour justifier des propositions *via* la conservation des propriétés de la symétrie axiale dans la fiche d'exercices 2.

En 2007-2008, Joël a modifié localement le projet. Avec le logiciel GeoplanW, il a fait conjecturer les propriétés de conservation de la symétrie axiale à partir d'une situation dynamique : il a admis ensuite ces propriétés et les a institutionnalisées. Il a bien pris conscience de la non pertinence des activités 5-1 à 5-3 autour des types de tâches T5 à T8, s'il n'a pas préalablement introduit les propriétés de conservation d'une symétrie axiale. Mais, l'activité dynamique est intervenue encore trop tardivement, après la recherche des images d'ensembles connus. En fait, le cours de Joël montre clairement que pour ce thème, il semble privilégier la méthode de construction à appliquer dans des exercices techniques à l'usage des propriétés. Cette pratique diffère de ses choix habituels par rapport à la place donnée à la justification : on peut la mettre en rapport avec les difficultés épistémologiques inhérentes à ce thème mathématique ou bien au type d'établissement dans lequel il travaille.

- *En conclusion*

Dans un entretien, Joël a explicité les raisons de son choix : il a remarqué l'écart entre les objectifs d'apprentissage visés par l'activité préparatoire, 5-1 à 5-3 : la conjecture des propriétés de conservation de la symétrie axiale et l'activité réelle des élèves : faire la construction de symétriques de points par rapport à une droite. C'est pour cette raison qu'il a proposé la situation logicielle étudiée en formation qui motive l'introduction des propriétés de conservation, en s'appuyant sur une situation dynamique permettant la généralisation. Une autre raison avancée à ce changement est le trop grand écart entre l'analyse *a priori* et le déroulement effectif. De plus, Joël a remarqué que les élèves ont perçu globalement les propriétés de conservation, et donc, il ne sert à rien d'y passer du temps sans pouvoir les justifier. L'activité Geoplanw a permis de faire rapidement conjecturer en classe entière les propriétés de conservation de la symétrie axiale. En revanche, il n'a pas perçu les incohérences dans la chronologie des tâches. Les raisons avancées semblent confirmer deux origines aux évolutions : l'analyse de sa propre expérience en lien avec les programmes et l'usage des outils qui lui permettent d'interpréter les observations réalisées.

b) Mirène : une plus grande ouverture laissée aux élèves dans les interactions et la validation des réponses

En 2006-2007, Mirène a été nommée dans un collège en ZEP « ambition réussite » dans un quartier d'une grande ville. Ce collège a mis en place depuis longtemps des règles de fonctionnement sociales internes au collège pour gérer un public difficile mais aussi organiser leurs apprentissages. Elle a été soutenue par des collègues de mathématiques et s'est très vite fait remarquer pour son investissement dans l'établissement (cours de soutien, ..). Mirène s'est inscrite dans cette nouvelle coutume mais en la coordonnant à ses principes personnels. Nous retrouvons un canevas de scénario de séance proche de ce qu'elle faisait dans sa classe en stage de responsabilité. En 2007-2008, elle a été à nouveau nommée dans un collège rural sur un poste définitif. Elle s'est tout de suite intégrée dans le travail d'équipe proposé par le chef d'établissement et un autre collègue de mathématiques. Elle s'occupe aussi de soutien en dehors des heures officielles. Nous avions analysé dans III.B.1.b) comment Mirène avait organisé la gestion didactique des situations d'apprentissage pendant son année de formation et l'évolution de sa pratique sur cet axe. Nous retrouvons globalement la même logique à l'œuvre. Nous pointons trois principales évolutions :

• Mirène a arrêté en mai 2007 la phase de rappel, telle qu'elle l'organisait assez formellement depuis son stage en responsabilité : présentation orale par les élèves des paragraphes de la synthèse de cours écrite dans le cahier pendant les phases d'institutionnalisation. Cette pratique issue du fonctionnement à l'œuvre dans son premier collège, sans appui sur des exemples et sans fonctionnalité sur des exercices, était devenue très difficile à gérer dans ses classes d'un collège ambition réussite de ZEP, même dans ses « bonnes » classes. Aussi, sur le conseil du principal elle a décidé d'interrompre cette forme de travail.

• Globalement Mirène a conservé les organisations mathématiques mises en place, sur la majorité des séquences déjà réalisées sur des thèmes donnés. Elle continue à beaucoup s'appuyer sur le manuel de la classe. En revanche, Mirène a poursuivi la réflexion engagée sur le choix de certaines situations d'introduction et sur l'organisation des phases de mise en commun pour faire évoluer l'émergence des nouveaux éléments technologiques introduits sur de nouveaux thèmes mathématiques. Cette évolution poursuit un travail déjà engagé pendant l'année de formation.

Dans la séance réalisée en mai 2008, sur le thème « ordre et multiplication » en quatrième, Mirène a choisi une activité d'introduction (n°5) pour aborder les propriétés liant « ordre et multiplication par un nombre relatif ». La propriété de conservation de l'addition avait déjà été abordée. Cette activité correspond à une situation de mise en équation, les inconnues étant déjà préalablement données :

A la cantine du lycée, le repas est plus cher qu'à la cantine du collège. On note x le prix normal du repas au lycée et y le prix normal du repas au collège.
1. Traduire ces données par une inégalité. »
2. Pendant une semaine, ils déjeunent quatre fois à la cantine. Lequel des deux élèves paiera le plus cher ? Traduire cette situation par une inégalité.
   a. Pendant un trimestre, ils déjeunent quarante fois à la cantine. Lequel des deux élèves paiera le plus cher ? Traduire cette situation par une inégalité.
   b. Les nombres 4x et 4y sont-ils rangés dans le même ordre que les nombres x et y ? Et les nombres 40x et 40y ?
3. Samuel va au lycée et Gildas va au collège. Chaque jour, ils ne paient que les deux tiers du prix normal du repas.
   a. Lequel des deux élèves paiera le plus cher ? Traduire cette situation par une inégalité.
   b. Les nombres deux tiers x et deux tiers y sont –ils rangés dans le même ordre que x et y ?

Dans le cadre d'une recherche collective, appuyée sur l'élève « pilier » Pauline, Mirène fait d'abord trouver les relations entre les prix des repas de Samuel et de Gildas selon les différents contextes. Elle s'appuie sur ces premiers résultats pour faire émerger une propriété erronée transposée de la propriété de conservation de l'ordre sur l'addition, qui va s'avérer fausse, Elle amène alors les élèves *via* deux contre-exemples à faire dégager les conditions nécessaires à une énonciation correcte de la propriété liant « ordre et multiplication par un nombre relatif » en distinguant deux cas. La transcription des interactions le présente bien :

« M : Alors quelle propriété on aurait tendance à voir ici ? (M se lève pour écrire au tableau)
Louis : Si on a x plus grand que y alors si on fait une somme avec un nombre cela revient au même.
M : On fait, on ajoute, on additionne là ?
Pauline : Non on multiplie
M : On multiplie ici. Ça veut dire quoi. Admettons que on part de a plus grand que b, qu'est ce qu'on peut en déduire ? (écrit si a > b alors)
Louis : a fois b plus grand que a fois c
M : Tu le mets dans le cas général. Ecrit au tableau (alors a×c > b × c). Vous êtes tous d'accord. Vous auriez tous envie de penser cela. Ici
25'
M : Donnez moi un exemple d'un nombre plus grand que l'autre.

Pas de réponse
M : C'est pareil. Il n'y a pas de piège.
E : 5 > 4
M : 5 > 4. Tout le monde est d'accord ?
E(s) : Oui
M a écrit au tableau

$$\begin{array}{ccc} & 5 > 4 & \\ \times\downarrow(-2) & & \downarrow\times(-2) \end{array}$$

M : Alors si je multiplie les deux nombres par -2, à gauche, j'ai quoi ? A droite ?
E : -10 -8
M : Si je vous suis et si on se tient à cette propriété là, on n'a que l'inégalité qui ne change pas : cela veut dire que -10 > -8
Pauline : Ben non (immédiat)
26'
M : Non. Là il y a un problème. (Tous les élèves sont très attentifs).
26'05
E (garçon devant) : ce n'est pas quand a, b et c sont des nombres relatifs positifs ? Nombres positifs
M : Alors tu dis que les trois devraient être positifs ?
E : euh, c, que si c positif
M : Alors les trois ou que c ?
Pauline : seulement c
M : Que c ? Les trois ? On va faire un autre exemple (expansion du milieu)
M écrit
M :

$$\begin{array}{ccc} & -5 < -4 & \\ \times\downarrow(-2) & & \downarrow\times(-2) \\ & 10 > 8 & \end{array}$$

à gauche, on obtient quoi ? A droite ?
M : Donc il faut qu'on ait une condition sur c. La condition sur c cela doit être quoi ?
Pauline : c positif.
M : c positif et l'écrit. Si on a le c qui est positif on a ça. (Si a > b et c >0 alors a×c > b×c)
Est-ce qu'on peut faire une autre propriété pour le c négatif ? A votre avis est ce que cela sera tout le temps la même chose ? Silence
M : Cela fait quoi quand c est négatif ? (Pauline lève la main)
Pauline : Si a > b alors a × c < b × c
M : Vous êtes d'accord.
E(s) : Oui.
M : Tel que c'est écrit là, vous êtes d'accord. (n'a pas écrit c < 0) Pourquoi ?
E : c négatif non écrit
M : Il faut le dire que c est négatif parce que c'est une condition.
Si a > b
et si c <0 alors a × c < b × c
M : C'est bon.
E : oui »

- Mirène continue aussi à faire progresser la comparaison des solutions proposées lors de la correction d'exercices. Elle a conservé la même organisation pour faire corriger des exercices techniques pour gagner du temps : quatre élèves viennent au tableau pour écrire leur solution. Mirène demande alors aux élèves de la classe de vérifier les solutions et techniques utilisées. Cette année en mai 2008, en classe de troisième[45], les élèves viennent corriger des exercices relatifs aux racines carrées : écrire les nombres sous la forme a√b, b positif. Mirène distingue bien deux étapes : la validation des techniques utilisées et du résultat, puis la recherche de l'écriture la plus « simple » avec b le plus petit possible.

[45] C'est une classe difficile qui regroupe des élèves en difficultés et qui n'a pas vraiment de tête de classe. Le collège fait des classes de niveau, en particulier avec une classe européenne regroupant tous les meilleurs élèves.

Mais cette évolution du contrat didactique s'inscrit dans l'organisation d'une coutume didactique, selon le type de classe dans lequel travaille Mirène qui elle, n'a pas évolué.

c) Evolution naturelle / évolution liée à la formation

Ces deux exemples semblent confirmer plusieurs éléments :

- Une stabilité qui s'installe en s'inscrivant dans la logique d'action déjà perçue pendant l'année de formation. Cette stabilité relativement à la dimension *gestion didactique* semble liée en partie à la composante médiative des pratiques de l'enseignant, à la négociation de la coutume didactique mise en place dans la classe.

- Des évolutions qui poursuivent une réflexion déjà engagée pendant l'année de formation en lien avec des démarches développées (choix des stratégies d'enseignement et des organisations mathématiques, choix des potentialités des problèmes et des exercices et rôle des énoncés, mise en perspective de l'activité des élèves en lien avec celle du professeur dans les comparaisons *a priori* / *a posteriori*). Mais ces évolutions sont locales et s'inscrivent dans la stabilité en œuvre.

- Des évolutions qui s'inscrivent aussi dans le cadre du développement professionnel naturel des pratiques et l'exploitation de leur propre expérience (gestion des transitions, prise de décision sur la gestion du temps pour mieux gérer les différentes phases d'une séance, réponses aux questions des élèves en lien avec le fil directeur à conserver).

4. Le poids important de la composante médiative et de la coutume didactique

L'étude du développement professionnel de Mirène met en évidence des tensions importantes. Dans son nouvel établissement, Mirène a rencontré des règles de fonctionnement social des situations d'enseignement, un ensemble de pratiques obligatoires, de façons d'agir établies par l'usage, en prise sur des considérations sociales et culturelles.

Certaines confortent ses pratiques en lien avec ses conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement, du métier d'élève et d'enseignant, son histoire personnelle. Pour réussir, il faut travailler, apprendre « en refaisant les exercices sans la leçon jusqu'à ce qu'on sache les faire sans problème ». Ses conceptions jouent certainement un rôle important dans sa mise en place des règles de fonctionnement dans sa classe. Elle indique d'ailleurs, qu'elle ne peut vraiment rentrer sereinement dans le travail mathématique que si « *elle a réussi à neutraliser les élèves dont les comportements peuvent empêcher la classe de travailler et à s'appuyer sur un ou deux élèves « moteur » qui vont permettre l'avancée du temps didactique* ».

D'autres conceptions sont en tension entre sa volonté de faire comprendre les mathématiques aux élèves, de développer les interactions entre le professeur et les élèves, de laisser davantage de responsabilité aux élèves dans l'activité mathématique et sa croyance que « la réussite des élèves dépend du professeur », à travers les méthodes qu'il va donner et ses interventions (composante médiative).

Nous faisons l'hypothèse que l'évolution des pratiques est déterminée en partie à l'interdépendance entre un déterminant personnel « sous déterminé » ou « sur déterminé » (histoire personnelle, conceptions des mathématiques, de l'apprentissage), des déterminants d'ordre social « sous déterminants » ou « surdéterminants » reliés en partie à la coutume didactique à l'œuvre dans un établissement (Coulange 2007). Plus le déterminant personnel est « sur déterminé », plus le déterminant d'ordre social « sur déterminant », plus les pratiques ne risquent-elles pas de se stabiliser rapidement.

IV. Conclusion

La recherche sur le développement des pratiques des enseignants débutants en lien avec la formation initiale a ouvert de nombreuses questions. Nous avons observé des régularités dans les pratiques des enseignants débutants. Si beaucoup d'entre elles confirment les résultats d'autres recherches, certaines semblent nouvelles. Nous mettons en relation ces nouvelles régularités avec le dispositif de formation. C'est l'outil d'analyse construit qui a permis d'expliciter celles-ci, en particulier :

- une meilleure articulation entre les projets global et local, due sans doute à l'usage d'outils d'analyse *a priori* à différents niveaux, dans des situations de formation articulées entre elles et dans une communauté de formateurs plus large;
- une meilleure flexibilité dans l'anticipation des possibles pendant le déroulement, favorisée par l'analyse *a priori / a posteriori* sur des pratiques effectives.

Nous avons également observé une grande variabilité des pratiques liées en partie à des déterminants d'ordre personnel mais aussi à des déterminants d'ordre social en lien avec le fonctionnement de l'établissement d'exercice.
Quelles sont les conditions et les contraintes à davantage prendre en compte dans la conception d'un dispositif de formation initiale pour favoriser le développement de pratiques dans leur complexité ? Sur quelles variables jouer pour davantage prendre en compte la composante personnelle des pratiques ? En quoi une meilleure articulation entre les différents dispositifs de formation, à l'IUFM et sur le terrain, peut-elle favoriser un développement plus harmonieux des pratiques enseignantes ?

Par ailleurs, nous avons pris conscience de l'importance de la dimension *négociation de la coutume didactique* dans les pratiques enseignantes pour mettre en place des conditions favorables aux apprentissages des élèves, que ce soit en termes de rapport de l'élève au savoir ou en termes de rapport de l'élève à l'apprentissage des mathématiques et à l'école. Cette dimension devrait être davantage prise en compte dans la formation initiale.

Nous proposons donc deux perspectives de recherche :

- Nous avons défini un questionnement pour concevoir une ingénierie de formation en lien avec le modèle de pratiques à développer. Ce travail était encore exploratoire. Une perspective de recherche est d'élaborer des outils de conception d'ingénieries de formation, tant au niveau de la formation initiale que continue, qui intègrent les conditions et contraintes du développement des pratiques enseignantes en lien avec les objectifs de formation visés. L'objectif est de dégager des variables sur lesquelles agir pour mieux prendre en compte les composantes personnelle et sociale.

- Nous avons élaboré une structure d'analyse multidimensionnelle pour étudier le développement professionnel des enseignants débutants en lien avec le dispositif de formation suivi. L'opérationnalisation a porté sur quatre études de cas. Une perspective de recherche est d'élaborer des outils d'évaluation des effets d'une formation sur les pratiques enseignantes pour mener des analyses à grande échelle.

Annexe 1

Les données analysées

	Corinne	Mirène	Joël
2005-2006	10/10/05 (2e) « regards sur activités»)	10/10/05 (3e visite formative)	10/05 (4e visite formative)
	5/11/05 (visite formative 2e)	13/03/06 (3e visite évaluative)	15/11/05 (4e « Regards sur »)
	18/03/06 visite évaluative 2e	Avril 06 (3e « Regards sur »)	2/03/06 (4e visite évaluative)
2006-2007		Décembre 2006 (5e1) Introduction des angles alternes-internes	Décembre 2006 (6e6 et 6e3) Symétrie / droite Conjecture : conservation de l'alignement de points, du parallélisme par la symétrie axiale à partir de résolution de problèmes
		Mars 2007 (5e1 et 5e3) Introduction de la soustraction de deux nombres relatifs	Mai 2007 (6e3) Activité d'introduction cercle (piquet/chèvre) ; construction de triangles connaissant 3 mesures de longueur 6e6 : Synthèse sur les quadrilatères; exercices.
		Avril 2007 (5e1 et 5e3) Exercices d'application sur la soustraction de deux nombres relatifs	
2007-2008		mai 2008 (3e et 4e) Produit de racines carrés – ordre et opérations	avril 2008 (5e 4 - 4e4) 5e : Divisions par un nombre décimal 4e : Thalès : ex d'application

Annexe 2

2006-2007 6e3		2007-2008	
Date	**Organisation**	**Organisation**	**Date**
28/11	Présentation de la symétrie axiale par pliage Ecriture du cours Fiche 1 à faire pour le 29/11	Présentation de la symétrie axiale par pliage Activité 1 Ecriture du cours Fiche activité 2, 3 et 4	27/11
29/11	Correction exercices de la fiche 1 Activité de découverte des propriétés du symétrique d'un point.	Fiche d'exercices numéro 1 Exercice 12 p 197	27/11 (G)
5/12	Ecriture du cours Ex 12 p 197 pour le 5/12	Synthèse sur la méthode de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite Activités 2, 3 et 4 Synthèse : Image d'un segment par la symétrie axiale Méthode de construction	4/12
6/12 7/12	Séance d'exercices sur ordinateur avec mathenpoche	Synthèse : Image d'une droite, d'un cercle par la symétrie axiale Méthode de construction Activité sur le logiciel GéoplanW à faire en classe sur l'alignement, le parallélisme, orthogonalité, longueurs, angles et aires Propriétés de conservation ex 16 p 198, ex 24 p 20 pour le 7/12	6/12
8/12	correction ex 12 p 197 + ex 13 p 198 ex 13 p 198 à finir pour le 12/12	Correction des ex 16 p 198, ex 24 p 20 Pour le 11/12 en groupe : Fiche d'exercices 2 Pour le 11/12 : Exercices 3 p 196 et 21 p 199	7/12
12/12 (2 heures)	correction ex 13 p 198 Activité 2 sur le symétrique d'un segment Ecriture du cours Activité 3 sur le symétrique d'une droite Activité 4 sur le symétrique d'un cercle Ecriture du cours Ex 6 fiche 2 + ex 16 p 198 pour le 13/12	Correction d'exercices 3 p 196 et 21p 199 Recherche exercices 22, 23 p 199	11/12
13/12 14/12	correction ex 6 de la fiche 2 + ex 16 p 198 Exercice 7 de la fiche 2 + ex 20 p 200	Correction Fiche d'exercices 2	11/12 (G)
13/12	Activités de découverte d'isométrie de la symétrie axiale 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5	DS 4	14/12
15/12	Ecriture du cours Ex 3p 196 Ex 8, 9 et 10 de la fiche 2 à faire pour le 19/12		
19/12	exercices 8, 9 et 10 de la fiche 2.		
20/12	ex 22, 23, 26 p 199 200		
22/12	DS 4		

Annexe 3

M : Elle y est, donc maintenant tu vas pouvoir l'utiliser. Chut. (va voir un autre élève)
E : On entend Quentin : tu fais 200 x tan 25
2'20
M : au tableau. Oui le nom du triangle (qu'elle trace)
E : ANT.
M (regarde des élèves pour avoir le silence puis recommence à coder la figure)
E : Il y a 25 ° dans l'angle A
M : Brouillon. Au brouillon, qu'est ce qu'on a ? Chut
E : On le marque sur notre cahier.
M : Oui comme cela vous vous en souviendrez. (écrit au tableau : données)
Première chose, pour pouvoir utiliser les cosinus, sinus, tangente, il faut qu'on soit dans un triangle
E : rectangle
M : Oui rectangle. AVT est rectangle en T. Chut
E : AVT est rectangle
M : Sur le brouillon, on peut faire des abréviations
E : ?? Madame, c'est grave sur le DM si on met des abréviations.
M : oui. Après on connaît quoi.
M : (une élève lève la main) Anne oui.
E : On peut dire que A = 25°
M : A c'est quoi
Anne : un angle. Petit chapeau
M : donc on met un chapeau. Quentin.
Quentin : non je ne dis pas de bêtise.
M : Non tu te tais. Après ? Lucie.
Lucie : AT vaut 200m
M : C'est quoi ? C'est quoi par rapport à l'angle ?
Lucie : C'est le côté opposé à l'angle.
E : adjacent
Lucie : adjacent
M : adjacent. Chut (écrit AT côté adjacent à l'angle) Et on veut quoi ?
Lucie : nous on cherche
E : la distance VT
Lucie : pourquoi ?
M : Oui, mais le but de l'exercice, c'est quoi ?
E : de calculer
M : ? je t'écoute.
E : l'arrondi au dixième de la distance VT
M : Donc c'est quoi qu'on veut ?
E : Ben on fait le côté
M : Donc, on cherche
E : VT côté opposé

M écrit on cherche VT côté opposé. Et donc, une fois qu'on a tout çà, quand on parle d'un angle, du côté adjacent, du côté opposé, on pense à

E : ...
E : tangente
M : tangente. Heureusement qu'on les a revus. (M écrit tangente). Donc on va utiliser la formule du
E : du triangle
M : formule de la tangente. Chut. Donc ici (en montrant les données) on a quoi ?
3'10
M : Ici, c'était le brouillon, maintenant on rédige.
M : Oui ?
E ??
M : Chut
E : Dans le triangle rectangle
M : vous n'avez pas ?
E : triangle rectangle AVT, rectangle en T (en chœur)

Quentin : Madame, vous avez oublié ?
M : J'ai oublié quoi ?
3'35
E : inaudible ; Ah non (M se retourne et ne dit rien)
3' 48
M : écrit « on a » ; Je vous écoute.
E : on a après ? tan A, non tan A
M : angle A
E : = côté opposé à A sur côté adjacent à A
M : Vous voulez un moyen mnémotechnique pour retenir la formule
E(s) en chœur : Oui
M : Coca ; côté opposé sur côté adjacent. Chut. Egal.
E : égal à
M : le côté opposé à A c'est quoi ?
E : ET, non
M : Attendez car il faut que je fasse ouvrir ??? (revient avec des craies de couleur et entoure C 0 puis C A). çà va mieux. Donc le côté opposé c'est quoi ? Chut
E : ET (M écrit ET /) sur AT
M : sur AT . Produit en croix. Avec le produit en croix qu'est ce qu'on peut faire ?
E : Bx A sur ??
M rajoute le dénominateur 1 pour tan A.
E : tan A x AT divisé par VT
M la propriété, c'est que les produits en croix sont égaux. Là vous avez fait le premier produit. Les produits en croix sont égaux, cela veut dire qu'on met quel signe
E : =
M le deuxième produit en croix ?
E : divisé par VT,
E' : VT fois 1 (ce qu'écrit M après avoir fait les flèches pour appliquer la propriété des produits en croix).
(écrit au tableau : tan A x AT = VT x1
E : ..
M : C'est pas grave
E : c'est ce que j'ai dit madame
M : Non tu as dit divisé. On trouve donc VT = AT x tanA
E : Oh là là
M : On remplace

PERSPECTIVES SCIENTIFIQUES

Les résultats des recherches exposées ont un peu contribué à éclairer des conditions et des contraintes qui rendent parfois si difficile l'enseignement des mathématiques dans la transition entre deux institutions, l'intégration des logiciels de géométrie dynamique ou encore la formation initiale des enseignants débutants.

Au vu de ces résultats, plusieurs perspectives scientifiques se dégagent dans la continuité des problématiques déjà explorées. J'ai bien conscience à la fois de ce qui a été fait et des nombreuses questions qui restent encore sans réponse. Je présente ces perspectives scientifiques à partir de trois entrées : l'évaluation et la différenciation de l'enseignement pour l'algèbre élémentaire, l'instrumentation des TICE dans les pratiques enseignantes et la formation des enseignants.

- *L'évaluation et la différenciation de l'enseignement pour l'algèbre élémentaire*

L'évaluation et la gestion de l'hétérogénéité des apprentissages dans l'enseignement secondaire sont des questions majeures des systèmes d'enseignement. Comment permettre aux enseignants de prendre en compte la diversité cognitive des élèves pour réguler les apprentissages ? Quels outils d'aide au diagnostic leur proposer ?

La recherche dans le cadre du projet LINGOT a permis de concevoir des modélisations informatiques support à la conception de prototypes, Pépite, PépiStéréo, PépiGen, dans le domaine de l'algèbre élémentaire. Leur expérimentation a montré les limites et les évolutions nécessaires.

Comment faire évoluer l'outil de diagnostic (test d'évaluation, profils d'élèves et stéréotypes), pour permettre à l'enseignant d'organiser de façon économique l'évaluation de la compétence algébrique des élèves de sa classe en algèbre et la régulation de son enseignement ? Quelles tâches diagnostiques prédictives construire ? En s'appuyant sur quelles variables ? Comment organiser un diagnostic adaptatif en fonction de l'organisation de l'enseignement et des apprentissages des élèves ?
Quelles stratégies d'enseignement proposer aux enseignants en fonction des principaux stéréotypes présents dans la géographie cognitive de leur classe ?
Comment développer des logiciels exploitables en classe et expérimentables à une grande échelle dans les classes ?

Une perspective de recherche concerne le travail de modélisation didactique des tâches diagnostiques prédictives et du test adaptatif ainsi que la recherche de stratégies d'enseignement différenciées adaptées à des stéréotypes en algèbre élémentaire.

Une autre perspective concerne le développement de logiciels d'aide au diagnostic et d'apprentissage en l'algèbre pour une utilisation à grande échelle dans les classes. L'objectif est de développer des collaborations entre les équipes intervenant dans le cadre du projet LINGOT, des équipes d'enseignants déjà spécialisés dans le développement de logiciels d'enseignement, telle l'équipe SESAMATH, et des équipes de chercheurs telle l'équipe d'APLUSIX, pour développer des recherches prenant davantage appui sur la réalité du terrain et les expériences complémentaires.

- *L'instrumentation des TICE dans les pratiques enseignantes*

Les résultats des recherches concernant l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique par des enseignants de cycle 3 de l'école élémentaire ou celle du logiciel de diagnostic Pépite ont permis de dégager des conditions et des contraintes d'intégration. Elles ont aussi montré la nécessité de poursuivre les recherches pour prendre davantage en compte des déterminants de pratiques sous-estimés dans leur définition.

Comment les nouvelles versions de logiciels d'aide au diagnostic peuvent-ils s'intégrer dans l'activité de l'enseignant de mathématiques ? Comment l'enseignant va-t-il articuler un diagnostic concernant la classe en tant qu'entité et la classe en tant qu'individus ? Et quelles conséquences en tirer du point de vue de la conception de ces outils, et du point de vue de la formation des enseignants ?

Une perspective de recherche concerne l'instrumentation de l'activité d'évaluation des enseignants et l'étude de conditions à mettre en place pour l'intégration efficace de logiciels d'aide au diagnostic à une pratique habituelle d'évaluation en classe.

Une autre perspective concerne le travail de modélisation didactique pour concevoir de nouveaux outils pour instrumenter le travail des enseignants, prenant appui sur leurs pratiques réelles d'évaluation, et pour une utilisation à une grande échelle. Cette recherche nécessite la collaboration entre les équipes intervenant dans le projet pluridisciplinaire LINGOT et d'autres équipes, comme SESAMATH.

- *La formation des enseignants*

La recherche sur le développement des pratiques des enseignants débutants en lien avec la formation initiale a ouvert de nombreuses questions. L'opérationnalisation de la structure d'analyse multidimensionnelle a permis d'observer des régularités dans les pratiques des enseignants débutants : certaines identiques à celles observées dans d'autres recherches, d'autres davantage liées aux variables choisies pour concevoir la formation suivie.

Quelles sont les conditions et les contraintes à prendre en compte dans la conception d'une ingénierie de formation initiale pour favoriser le développement de pratiques enseignantes dans leur complexité ? A partir de quelles variables ? Sur quelles variables jouer pour davantage prendre en compte la composante personnelle des pratiques ? En quoi une meilleure articulation entre les différents dispositifs de formation au centre de formation à l'IUFM et sur le terrain peut-il favoriser un développement plus harmonieux des pratiques enseignantes ?

Une perspective scientifique est de concevoir des outils de conception d'ingénieries de formation, tant au niveau de la formation initiale que continue, qui prennent en compte les conditions et contraintes du développement des pratiques enseignantes en lien avec les objectifs de formation visés.

Dans la recherche menée, l'évaluation d'un dispositif de formation a été menée à partir de quatre études de cas. Une autre perspective scientifique vise à élaborer des outils d'évaluation des effets d'une ingénierie de formation sur les pratiques enseignantes pour mener ces analyses à grande échelle. Ces études sont maintenant indispensables pour tester les modèles proposés.

Bibliographie

Artigue M. (1988), Ingénierie didactique, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol 9.2, pp. 281-308, Éditions La Pensée Sauvage.

Artigue, M. (2002) Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), pp. 245-274.

Argaud (1998) : *Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire dans les environnements papier-crayon et Cabri géomètre*. Thèse de Doctorat. Université de Grenoble.

Assude T, Boero P, Herbst P, Lerman S, Radford L (2009), The notions and roles of theory in mathematics education research, *Proceedings of ICME 11*. Monterrey: Mexico. A paraître

Assude, T. (2007), Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques au primaire. *Informations, Savoirs, Décisions et Médiations (ISDM)*, n°29, revue en ligne, isdm.univ-tln.fr/articles/num_encours.htm.

Assude T (2006), Degré d'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. In Bednarz, N., Mary, C. (eds), L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. *Actes du colloque EMF2006* (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP.

Assude T. (2005), Time management in the work economy of a class. *Educational Studies in Mathematics* Vol 59.1, pp. 183-203.

Assude, T., Mercier, A., Sensevy, G. (2007), L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 27.2, pp. 187-220, Éditions La Pensée Sauvage.

Assude T., Grugeon B. (2006), Développement d'ingénieries de formation des enseignants pour l'intégration de logiciels de géométrie dynamique, *Revue Quadrante*, volume 13.2, 2004, pp. 31-50.

Assude T., Grugeon B., Laborde C., Soury-Lavergne S. (2006), Study of a teacher professional problem: how to take into account the instrumental dimension when using Cabri-geometry ?, In *Proceedings of 17 th ICMI Study Conference*, The University of Hanoï, Vietnam, December 3-8, 2006.

Assude T. & Gélis J.M. (2002), Dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire, *Educational Studies in Mathematics*, Vol 50, pp. 259-287.

Assude T, Grugeon B. (2002), Intégration de logiciels de géométrie dynamique à l'école primaire. *Actes du XXIXème Colloque de la COPIRELEM*, IREM des Pays de la Loire, pp. 227-253.

Astolfi, J.-P., Darot, É, Ginsburger-Vogel, Y. et Toussaint, J. (1997), *Mots-clés de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies*, Bruxelles, De Boeck, pp. 61-65.

Balacheff N. (1994), Didactique et intelligence artificielle, *Recherche en Didactique des Mathématiques* n°14.1-2, Éditions La Pensée sauvage.

Balacheff N. (1988), Le contrat et la coutume, deux registres des interactions didactiques. In: C. Laborde (ed.) *Premier Colloque Franco-Allemand de Didactique des Mathématiques.* Marseille-Luminy. Grenoble. La Pensée Sauvage.

Ball D. L., Bass H., Sleep L., Thames M. (2005), A theory of mathematical knowledge for teaching, *15th ICMI Study Conference: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*. Lindoia. Brésil.
http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/log_in.html

Ball D. (2000), Bridging practices. Intertwining content and pedagogy in teaching and leaning to teach. *Journal of Teacher Education* Vol 51, n°3, pp. 241-247.

Bardini (2003), The construction of meaning of algebraic symbolism at different school levels, An epistemological and didactical approach, *CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (28 février au 3 mars 2003, à Bellaria, Italie).

Bednarz, N. (2000), Formation continue des enseignants en mathématiques: une nécessaire prise en compte du contexte. In P. Blouin et L. Gattuso (eds.), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* pp. 61–78. Mont-Royal, Québec, Canada: Éditions Modulo. Collection Astroïde.

Berthelot R., Salin M. H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux 1.

Berthelot R., Salin M. H. (1994), L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N* n° 53, IREM de Grenoble.

Bloch I. (2002), Cours 2 – Différents niveaux de modèles de milieu dans la théorie des situations, *Actes de la XIe école d'été de didactiques des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage éditions, pp. 125-139.

Bloch I. (2005), Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence, en formation, dans des situations à dimension adidactique ? In C. Castela et C. Houdement (eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, 2005, ARDM et IREM de Paris 7.

Bosch M., Espinoza L., Gascon J. (2002), El profesor como director de procesos de estudio: analisis de organizaciones didacticas espontaneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 23.1. Editions La Pensée Sauvage.

Bosch M., Chevallard Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 19.1 pp. 77-124. Editions La Pensée Sauvage.

Brousseau G (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 4.2, pp. 165-198, Editions La Pensée Sauvage.

Brousseau G (1986), Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 7.2, pp. 33-116, Editions La Pensée Sauvage.

Bruillard E., Delozanne E., Leroux P., Delannoy P., Dubourg X., Jacoboni P., Lehuen J., Luzzati D., Teutsch P. (2000), Quinze ans de recherche sur les sciences et techniques éducatives au LIUM. *Education et informatique. Hommage à Martial Vivet. Sciences et Techniques éducatives*, vol. 7, n°1, Hermès Science, pp. 87-145.

Butlen D., Peltier-Barbier M.-L., Pézard M., (2002), Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP. Contradictions et cohérence, *Revue Française de Pédagogie* n°140, pp 41-52, Paris.

Castela C. (2008), Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 28. 2, pp. 135-18, Editions La pensée sauvage.

Charlot B., Bautier É., Rochex Y. (1992), *École et savoir dans les banlieues et ailleurs*, Paris, Armand Colin, 1992.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B., Delozanne E. (2008), Diagnostic cognitif en algèbre élémentaire à différents niveaux de la scolarité. Colloque DIDIREM, 3 à 5 septembre 2008 (à paraître).

Chesné J.-F. (2006), *La formation des pratiques chez les enseignants du second degré: des passages obligés?* Mémoire de Master de l'Université Paris 7.

Chevallard, Y. (2002a), « Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions », In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (eds) *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques Corps, 21-30 août 2001*, pp. 3-32, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (2002b), « Organiser l'étude. 3. Ecologie et régulation », In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (eds) *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques Corps, 21-30 août 2001*, pp. 41-56, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard Y (1999a), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19.2, pp. 221-266. Editions La Pensée Sauvage.

Chevallard Y (1999b), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, Cours donné à l'université d'été, La Rochelle, 4-11 juillet 1998. In *Actes de l'Université d'été*, pp. 91-120. IREM de Clermont-Ferrand,

Chevallard Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 12.1, pp. 73-111, Editions La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1990), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Troisième partie. Voies d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x,* n°23, pp 5-38.

Chevallard Y. (1989a), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* n°19, pp 43-75.

Chevallard Y. (1985), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique *Petit x*, n°5, pp 51-94.

Chevallard Y. ET Cirade G. (2006), Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques, In C.-M. Chiocca, I. Laurençot (eds), *DVD des actes de la CORFEM.* ENFA, Toulouse, 20-21 juin 2006.

Cirade G. (2008), Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel… In G. Guedet, Y. Matheron (eds) *Actes du séminaire de didactique national.* ARDM et IREM de Paris 7

Cirade G. (2006), *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel...*Thèse soutenue le vendredi 29 septembre 2006. Université d'Aix-Marseille.

Clarou P. & Laborde C. (2000), Regards sur l'intégration de Cabri-géomètre, In Baron G.-L., Bruillard E., Lévy J.-F. (eds), *Les technologies dans la classe : de l'innovation à l'intégration* pp.101-109. Paris : INRP-EPI, 13 rue du Jura 75 013 PARIS.

Coulange L. (2007), Etude de pratiques de professeurs de mathématiques "néo titulaires" dans des collèges de zone d'éducation prioritaire. Dans G. Gueudet et Y. Matteron (eds), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2006.* ARDM et IREM de Paris 7

Coulange L. (2001), Enseigner les systèmes d'équations en Troisième, Une étude économique et écologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol. 21.3, pp. 305-353. Editions La Pensée Sauvage.

Coulange L., René de Cotret S. (2002), Un environnement informatique d'apprentissage pour l'élève, d'enseignement pour le professeur, de recherche pour le chercheur... autour de la mise en équation, Intervention au séminaire DIDATECH au laboratoire LEIBNIZ à Grenoble.

Crahay M. (1989), Contraintes de situation et interactions maître-élèves : changer sa façon d'enseigner est-ce possible ? *Revue Française de Pédagogie.* Vol 88 pp. 67-95.

Delozanne É. (1994), Un projet pluridisciplinaire : ELISE, un logiciel pour donner des leçons de méthodes, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 14.1.2, pp. 211-250. Editions La Pensée Sauvage.

Delozanne É, Prévit D., Grugeon B., Chenevotot F., (2008), Automatic Multi-criteria Assessment of Open-Ended Questions: a case study in School Algebra, *Proceedings of ITS'2008, Montréal,* juin 2008, LNCS 5091, Springer, pp. 101-110.

Delozanne É., Vincent C., Grugeon B., Gélis J.-M., Rogalski J., Coulange L. (2005), From errors to stereotypes: Different levels of cognitive models in school algebra, In G. Richards (eds), *Proceedings of World Conference on E-Learning in Corporate*, Government, Healthcare, and Higher Education 2005, pp. 262-269, Chesapeake, VA: AACE.

Delozanne É., Chenevotot F., Grugeon B. et al (2005), Projet de recherche « *Modélisation et mise en œuvre d'environnements informatiques pour la régulation de l'apprentissage, le cas de l'algèbre avec le projet LINGOT* » Rapport de recherche, Programme « Ecole et Sciences Cognitives : les apprentissages et leur dysfonctionnement » du MRT.

Grugeon B., Delozanne É. (2001), Vers une problématisation de l'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques, in J.-B. Lagrange et D. Lenne (eds), *Actes des Journées "Environnements Informatiques de calcul symbolique"*, Rennes, 15-16 Juin 2000. Documents et travaux de recherche en éducation. Vol 46, INRP 2001.

Delozanne É., Grugeon B., Jacoboni P. (2002), Analyses de l'activité et IHM pour l'éducation, In *Proceedings of Interaction Homme Machine 2002*, *International Conference Proceedings Series, ACM*, 2002, Poitiers, France, pp. 25-32.

Doerr, H., & English, L. (2006), Middle grade teachers' learning through students' engagement with modelling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9,* pp. 5–32.

Douady R. (1986), Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 7.2, pp. 5-32, Editions La Pensée Sauvage.

Drouhard J.P. (1992), *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*, Thèse de doctorat, Université Paris 7.

X. Dubourg, E. Delozanne et B. Grugeon (1995), Situations d'interaction en EIAO : le système repères, in D. Guin, J.-F. Nicaud et D. Py (eds), *EIAO*, Tome 2, pp. 233-244, Eyrolles, Paris, 1995.

Farouk M., Réty J.-H., Delozanne É., Grugeon B., Bensimon N., Martin J. C. (2007), In Roger Nkambou, Élisabeth Delozanne et Claude Frasson (eds), Stratégies d'utilisation de la direction du regard en situation de communication interpersonnelle enseignant-élève, Numéro spécial Les Dimensions émotionnelles de l'interaction dans un EIAH, *Revue STICEF*, Volume 14.

Duval R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, Vol. 5, pp. 37-65, IREM de Strasbourg.

Gascon J. (1994), Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'"arithmétique généralisée", *Petit x* n°37, pp. 43-63.

Grugeon-Allys B. (2008), Pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique à l'école élémentaire, Dans E.-H. Riard et B. Poucet (eds), *Revue Carrefours de l'éducation,* n°25 pp. 73-88, Université de Picardie Jules Verne.

Grugeon B. (2008), Quelle évolution des pratiques d'un professeur stagiaire de mathématiques pendant son année de formation à l'IUFM, in F. Vanderbrouck (eds), *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants,* Chapitre 6 partie 2, pp. 328-366. Octarès Edition.

Grugeon B. (2006), Conception et évaluation d'une formation PLC2. In C.-M. Chiocca et I. Laurençot (eds), *DVD des actes de la CORFEM.* ENFA, Toulouse, 20-21 juin 2006.

Grugeon-Allys B. (2006), Effets d'une formation sur les pratiques concernant l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique : Quelles perspectives pour la formation continue ? In Bednarz, N., Mary, C. (eds), *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. Actes du colloque EMF2006* (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP.

Grugeon B. (2004), *Intégration de logiciels de Géométrie dynamique en cycle 3 et en sixième ; Quel dispositif d'accompagnement de la formation ?* » Rapport de recherche, IUFM d'Amiens.

Grugeon B., Coulange L., Larue V. (2003), Familles de situations d'interactions en algèbre élémentaire : deux exemples, in IUFM de Reims (eds), *Colloque ITEM juin 2003*. IUFM de Reims. http://www.reims.iufm.fr/Recherche/ereca/itemcom

Grugeon B., Delozanne E. (2003), EIAH et apprentissage de l'algèbre élémentaire : les projetsPépite et Lingot, in V. Durand-Guerrier, C. Tisseron (eds), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, année 2003, pp. 11-43.

Grugeon B. (2001), *Environnement logiciel et enseignement de la géométrie dans l'articulation école collège*, Rapport de recherche, IUFM d'Amiens.

Grugeon B. (2000), Une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire : Conception, exploitation et perspectives, in *Actes des journées de formation de formateurs, Boisseron,* pp 5-39. Publication de l'IREM, Université Montpellier II, 4-5 juin 1999.

Grugeon B. (1997), Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 17 n°2, pp. 167-210, Editions la Pensée Sauvage.

Grugeon B. (1995), *Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement*, Thèse, 14 décembre 1995, Université Paris 7.

Grugeon B, Lagrange J.B., Jarvis D. (2008), Teacher education courses in mathematics and technology: analyzing views and options, In C. Hoyles, J.B. Lagrange (eds) *Digital Technologies and Mathematics teaching with technology*, Chapter 15, Kluwer Academic Publishers, à paraître.

Guin D., Ruthven K., Trouche, L. (eds.) (2004), *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*, Springer, New York.

Houdement C, Kuzniak A (1996), Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 16.3, pp. 289-322, Editions la Pensée Sauvage.

Jaworski, B. (1997). Tensions in teachers' conceptualisations of mathematics and of teaching. *Annual Meeting of the American Educational Research Association.* Chicago, IL. ERIC – # ED408151.

Jean S. (2000), *Pépite un système d'assistance au diagnostic de compétences*, Thèse de l'Université du Maine, Le Mans, Janvier 2000.

Jean-Daubias S. (2002), Un système d'assistance au diagnostic de compétences en algèbre élémentaire, in J.-F. Nicaud, É. Delozanne, B.Grugeon (eds), *Numéro spécial Environnements informatiques d'apprentissage de l'algèbre,* Revue Sciences et Techniques éducatives, Hermès, volume 9-n°1-2/2002.

Jean S., Delozanne E., Jacoboni P., Grugeon B. (1997), Conception, réalisation et évaluation d'interfaces en EIAO : l'exemple de PéPITE, *Actes des 5èmes journées EIAO de Cachan,* Hermès, pp. 37-48.

Kieran C. (1992), The learning and teaching of school algebra. in Douglas A. Grouws (eds), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. pp. 390-419, New York Macmillan.

Kieran C. (1994), A functional approach to the introduction of algebra - Some Pros and Cons. *Proceedings of PME 18*, Vol I, pp 157-175, Université de Lisbonne.

Kieran C. (2001), Contribution to the opening plenary panel. *12th ICMI Study Conference*, The University of Melbourne.

Krainer, K. (2008). Reflecting the development of a mathematics teacher educator and his discipline. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), International handbook of mathematics teacher education, Vol. 4: The mathematics teacher educator as a developing professional, pp. 177-199, Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Krainer, K. (2001), Teachers' Growth is more than the growth of teachers. The case of Gisela. In F.-L. Lin et T. J. Cooney (eds.), *Making sense of teacher education* pp. 271–294. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Lagrange J.B., Grugeon B. (2003), Vers une prise en compte de la complexité de l'usage des TIC dans l'enseignement. Une méta-analyse des publications d'innovation et de recherche en mathématiques, *Revue Française de Pédagogie.* n°143 – avril-mai-juin 2003. pp. 101-111. INRP

Lagrange J.B. (2001), L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43, pp. 1-30.

Lagrange J.B. (1999), Les instruments du calcul formel in *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate, pp. 214-232.

Laborde C., Capponi B. (1994), 'Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique', *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 14-1.2, 165-210.

Laborde C. (1999), L'activité instrumentée par des logiciels de géométrie dynamique in *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate, pp. 203-213.

Lenfant A. (2002), *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*. Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.

Llinares, S., & Krainer, K. (2006), Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. In A. Guttierez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future*, pp. 429–459. Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.

Margolinas C. (2002), Situations, milieux, connaissances – Analyse de l'activité du professeur, *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques.* 141-156, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Margolinas C. (1995), La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. Dans *Les débats didactiques des mathématiques, annales 1993-1994,* C. Margolinas (eds), Editions La Pensée Sauvage.

Margolinas C., Rivière O. (2005), La préparation de séance : un élément du travail du professeur, *Petit x*, N° 69, pp. 32-57.

Masselot P. (2000), *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école – une étude de cas*, Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris.

Matheron Y. et Noirfalise R. (2005) Construire un savoir professionnel pour le professeur de mathématiques, quelques exemples d'outils apportés par la théorie anthropologique du didactique, *Petit x*, N° 70, pp. 30-47.

Mercier A., Sensevy, G., Schubauer-Leoni M. (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur, à propos de la course à 20, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol 20.3, pp. 331-380.

Nickerson S.D. (2008), Teams of Practising Teachers: Developing Teacher Professionals, In Krainer K., Wood T. (eds) *Handbook of Participants in Mathematics Teacher Education*, Section 2, Chapter 4, pp. 89-110. Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.

Normand-Assadi S., Coulange L., Delozanne E., Grugeon B. (2004), Linguistic Markers to Improve the Assessment of students in Mathematics: an Exploratory Study, *Proceedings of ITS2004*, 7th Conference on Intelligent Tutoring Systems, Maceió, Brasil, August 30 - September 3, 2004, Springer-Verlag, pp. 380-389.

Pariès M. (2004), Comparaison de pratiques enseignantes de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol 24.3, pp. 251-284, Editions La Pensée Sauvage.

Parsysz B. (1988), Knowing vs Seeing. Problems of the plane representation of space Praslon geometry figures, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 19.1, pp. 79-92.

Perrin-Glorian MJ., DeBlois L. et Robert A. (2008), Individual Practising Mathematics Teachers: Studies on Their Professional Growth In Krainer K., Wood T. (eds) *Handbook of*

Participants in Mathematics Teacher Education, Section 1, Chapter 2, pp. 35-59. Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.

Perrin-Glorian MJ., Hersant M. (2003), Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 23.2, pp. 217-276, Editions La Pensée Sauvage.

Praslon F. (2000), Continuités et ruptures dans la transition S / DEUG Sciences en analyse. Le cas de la notion de dérivée et son environnement, In T. Assude et B. Grugeon (eds), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques.* ARDM, IREM Paris 7, Paris, pp. 185-220.

Prévit D. (2008), *Génération d'exercices et analyse multicritère automatique de réponses ouvertes*. Thèse soutenue le 30 mai 2008 à l'Université Pierre et Marie Curie.

Prévit D. (2002), *Vers un diagnostic de compétences en algèbre, inspectable par différents types d'utilisateurs*, Mémoire de DEA Communication Homme Machine et Ingénierie Educative, Université du Maine.

Provost J. (1999), *PépiProfil, un outil utilisable par les enseignants pour la gestion de classe*, Mémoire de DEA, DEA Communication Homme / Machine et Ingénierie Éducative, Université du Maine, septembre 1999.

Rabardel P. (1999), Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques in *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate, pp. 203-213.

Rauscher J.C. (1994), Les enjeux de l'enseignement de la géométrie au début du collège et leur prise en compte par les professeurs, In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot (eds), *Colloque Franco-Allemand*, Édition La pensée Sauvage.

Rich E. (1979), User Modelling via Stereotype. *Cognitive Science*, 3, pp. 329-354

Robert A. (2008), La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. Partie 1 - Chapitre 3. In *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants,* F. Vandebrouck (ed), pp. 45-52, Collection Formation, Octarès Editions.

Robert A. (2004), Une analyse de séance de mathématiques au collège à partir d'une vidéo filmée en classe. La question des alternatives dans les pratiques d'enseignants, perspectives en formation d'enseignants, *Petit x*, n°65, pp. 52-79.

Robert A. (2003a), De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et en lycée), *Didaskalia n°22*, pp. 99-116.

Robert A. (2003b), Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe, *Petit x*, n° 62, pp 61-71.

Robert A., Rogalski J. (2005), A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class, *Educationnal Studies in Mathematics*, volume 59.1, pp. 269-298.

Robert A., Rogalski J. (2002a), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies,* vol 2.4., pp. 505-528.

Robert A., Rogalski M. (2002b) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de la classe, *Petit x*, n° 60.

Robert A., Robinet J. (1996), Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. R*echerche en Didactique des Mathématiques*, Vol 16.2, pp. 145-177.

Robert A., Roditi E., Grugeon B. (2007), Diversité des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire, *Petit x*, n°74, pp. 60-90.

Robert A., Vandebrouck F. (2003), Des utilisations du tableau par les professeurs de mathématiques en classe de Seconde, *Recherches en didactique des mathématiques, vol.* 23.3, pp. 389-424, Editions La Pensée Sauvage.

Roditi E. (2003), Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement – Le cas de la multiplication des nombres décimaux en classe de Sixième, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 23.2, pp. 183-216, Editions La Pensée Sauvage.

Roditi E. (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*, Éditions L'Harmattan

Rogalski J. (2003), Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 23 (3/4), Editions La Pensée Sauvage.

Salin M.-H. et Berthelot R. (1994), Phénomènes liés à l'insertion de situations adidactiques dans l'enseignement élémentaire de la géométrie, In Artigue et al (eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, Édition La pensée Sauvage.

Sensevy G., Mercier A., Shubauer Leoni M.L. (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 20.3, pp. 263-304, Editions La Pensée Sauvage.

Sfard A (1991), On the dual nature of mathematics conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 22, pp. 1-36.

Shulman, L. S. (1986), Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), pp. 4–14.

Simonneau L. (2004), *L'activité instrumentée de l'enseignant (le cas de l'enseignant de mathématiques et d'un logiciel d'aide au diagnostic)*, Mémoire de Maîtrise de Psychologie Ergonomique, Université Paris 8, Février 2004.

Steinbring, H. (1998), Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers, *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*, pp. 157–189.

Vandebrouck F. (2002), *Utilisation du tableau et gestion de la classe de mathématiques: à la recherche d'invariants dans les pratiques d'enseignants*. Cahier de Didirem, Numéro 42, Publication de l'IREM de Paris 7.

Vérillon P. & Rabardel P. (1995), Cognition and artifacts. A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education* 10(1), pp. 77-101.

Vergnaud G. (1986), Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre in *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique*, Editions La Pensée Sauvage.

Vergnaud G. (1992), La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 10.1.2, pp. 133-170, Editions La Pensée Sauvage.

Vincent C., Delozanne É., Grugeon B., Gélis J.-M., Rogalski J., Coulange L. (2005), Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépite, in *Actes de la conférence EIAH2005, Environnements Informatiques pour l'apprentissage humain*, Montpellier, 25-27 mai 2005, INRP, pp. 297-308.

Vivet M., Bruillard E. (1994), Concevoir des EIAO pour des situations scolaires : approche méthodologique, in N. Balacheff et M. Vivet (eds), *Didactique et Intelligence Artificielle*, pp. 273-302, Éditions La Pensée Sauvage.

Zaslavsky O., Chapman O., & Leikin R. (2003), Professional development in Mathematics Education. Trends and tasks, In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (eds.), *Second international handbook on mathematics education*, pp. 877–915, Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

TITRE :

Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs de mathématiques ; Vers une modélisation

AUTEUR(S) :

Brigitte GRUGEON-ALLYS, Equipe DIDIREM, Université Paris Diderot – Paris 7, IUFM d'Amiens – Université de Picardie Jules Verne

RESUME :

Cette note de synthèse pour une Habilitation à Diriger des Recherches se découpe en quatre chapitres :
Le chapitre 1 expose deux contextes pour introduire l'approche multidimensionnelle. Nous y présentons d'abord le modèle de la compétence algébrique et les deux opérationnalisations de la structure d'analyse multidimensionnelle construite pour comparer les rapports institutionnels et personnels à l'algèbre, en fin de scolarité obligatoire. Nous proposons ensuite une transposition de l'approche multidimensionnelle à l'étude des pratiques d'intégration de logiciels de géométrie dynamique en cycle 3 de l'école élémentaire. Le chapitre 2 étudie l'apport de la didactique des mathématiques et, plus particulièrement l'apport du modèle de la compétence algébrique à la conception des modélisations informatiques. Nous montrons en quoi l'articulation entre les recherches en didactique des mathématiques et en informatique dans le cadre d'un projet de recherche pluridisciplinaire en EIAH, le projet LINGOT, a joué un rôle moteur dans ces avancées. Le chapitre 3 explicite les questions liées à l'évaluation d'un dispositif de formation. Nous présentons une structure d'analyse multidimensionnelle des pratiques enseignantes à partir d'une revue de travaux dans ce domaine. Nous l'opérationnalisons pour étudier le développement professionnel d'enseignants débutants en lien avec la formation initiale suivie. Pour conclure nous présentons les perspectives de recherche.

MOTS CLEFS :
Didactique des Mathématiques, approche multidimensionnelle, transition institutionnelle modèle de la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire, projets PÉPITE et LINGOT, EIAH et modélisations informatiques, pratiques des enseignants débutants.

Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la
Publication : C. HACHE
Case 7018 – 2 Place Jussieu
77251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : 2008-10-21 ISBN : 2-86612-308-5
EAN : 978-2-86612-308-6